Corrigé pédagogique

Première spécialité – ancien sujet zéro officiel n° 1

Corrigé pédagogique original, indépendant et non officiel. Ce document donne les réponses et leurs justifications dans l'ordre du sujet ministériel accessible séparément. Les énoncés et les illustrations officiels ne sont pas reproduits. Les dessins ci-dessous sont des constructions originales destinées à expliquer les solutions.

Statut de ce sujet zéro

Ce sujet officiel d'entraînement présente une ancienne première partie sous forme de QCM. Il ne constitue pas une épreuve effectivement passée en 2026. Les automatismes de la définition publiée en septembre 2026 sont présentés sous forme de questions à réponses courtes. Les lettres ci-dessous répondent exclusivement au PDF historique proposé ; elles ne décrivent pas ce nouveau format.

Première partie : QCM

Question 1 : réponse b

Le double de 5 est 10 ; son inverse est 1/10.

Question 2 : réponse a

Le dénominateur est $cd = 4 \times (-1/4) = -1$. Donc $F = \frac{1}{2} + \frac{3}{-1} = \frac{1}{2} - 3 = \boxed{-\frac{5}{2}}$.

Question 3 : réponse a

$0{,}975 = 1 - 0{,}025$: le taux d'évolution est $-2{,}5\,\%$.

Question 4 : réponse c

Les coefficients successifs sont 1,10 et 0,90, dont le produit vaut 0,99. Pour un prix initial positif, $P_1 = 0{,}99P < P$; la baisse globale est de $1\,\%$.

Question 5 : réponse a

Les probabilités totalisent 1 :

$$x = 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{6} - \frac{1}{5} = \frac{30 - 15 - 5 - 6}{30} = \boxed{\frac{2}{15}}.$$

Question 6 : réponse a

$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{x+y}{xy} = \frac{1}{u}$. Les nombres x, y, u sont non nuls ; de plus $x + y \neq 0$, sinon $1/u$ serait nul. On peut donc inverser et obtenir $\boxed{u = \dfrac{xy}{x+y}}$.

Question 7 : réponse b

$x^2 \geqslant 10$ équivaut à $|x| \geqslant \sqrt{10}$, donc $x \leqslant -\sqrt{10}$ ou $x \geqslant \sqrt{10}$. Les bornes sont incluses.

Question 8 : réponse d

La droite du graphique passe par $(0;2)$ et $(3;0)$. Sa pente est $-2/3$, donc $y = -\frac{2}{3}x + 2$. Cette équation est équivalente à $\boxed{\dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{2} - 1 = 0}$.

Question 9 : réponse b

Les trois fonctions sont affines :

$$f_1(x) = x^2 - (1 - 2x + x^2) = 2x - 1, \qquad f_2(x) = \frac{x}{2} - \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right),$$

$$f_3(x) = \frac{5 - \frac{2}{3}x}{0{,}7} = \frac{50}{7} - \frac{20}{21}x.$$

Chacune est de la forme $ax + b$; une constante irrationnelle ne change pas cette nature.

Question 10 : réponse c

La parabole est tournée vers le bas, possède un sommet sur l'axe des ordonnées et coupe cet axe au-dessus de l'origine. Parmi les choix, seule la fonction $\boxed{x \mapsto -x^2 + 10}$ présente ces trois propriétés.

Question 11 : réponse b

Le produit $xf(x)$ est positif quand les deux facteurs ont le même signe. Pour A, abscisse et ordonnée sont négatives ; pour R, elles sont positives. Pour B, les signes sont opposés ; pour S, l'abscisse est positive et l'ordonnée négative. Les deux abscisses convenables sont donc $\boxed{x_A \text{ et } x_R}$.

Question 12 : réponse d

La moyenne pondérée vérifie

$$\frac{10 + 2 \times 8 + 16x}{1 + 2 + x} = 15.$$

Pour un coefficient x positif, le dénominateur est non nul. L'équation donne $26 + 16x = 45 + 15x$, donc $\boxed{x = 19}$. Vérification : $(26 + 304)/22 = 15$.

Deuxième partie, exercice 1 : géométrie repérée

Question 1a

L'origine étant $O(0;0)$, $\overrightarrow{OI} = (4;3)$ et $\overrightarrow{OC} = (0;4)$.

Question 1b

Le repère est orthonormé, donc $\overrightarrow{OI} \cdot \overrightarrow{OC} = 4 \times 0 + 3 \times 4 = \boxed{12}$.

Question 2a

H est la projection orthogonale de C sur (OI). La projection de $\overrightarrow{OC}$ sur la direction de $\overrightarrow{OI}$ est $\overrightarrow{OH}$. Ici H est sur la demi-droite $[OI)$, d'où

$$\overrightarrow{OI} \cdot \overrightarrow{OC} = OI \times OH.$$

Le signe positif peut aussi se vérifier par le produit scalaire 12 obtenu précédemment.

Question 2b

$OI = \sqrt{4^2 + 3^2} = \boxed{5}$.

Question 2c

$5\,OH = 12$, donc $\boxed{OH = \dfrac{12}{5} = 2{,}4}$.

Question 3a

La droite (CH) est perpendiculaire à (OI), donc $(4;3)$ est un vecteur normal à (CH). Une équation est $4x + 3y + c = 0$. Puisque $C(0;4)$ appartient à la droite, $12 + c = 0$. Une équation cartésienne est donc $\boxed{4x + 3y - 12 = 0}$.

Question 3b

Le centre est $D(2;2)$ et le rayon vaut $1/2$. L'équation du cercle est

$$(x-2)^2 + (y-2)^2 = \frac{1}{4}.$$

Après développement : $\boxed{x^2 + y^2 - 4x - 4y + 7{,}75 = 0}$.

Question 3c

Pour $M(1{,}5;2)$, $4 \times 1{,}5 + 3 \times 2 - 12 = 0$: $M \in (CH)$. De plus $(1{,}5-2)^2 + (2-2)^2 = 0{,}25$, donc M est sur le cercle. Ainsi M appartient bien à l'intersection des deux ensembles.

Deuxième partie, exercice 2 : polynôme, suite et fonction

Question 1a

$g(x) = x^2 - 5x + 4 = (x-1)(x-4)$. Le signe est positif sur $]-\infty;1[$ et $]4;+\infty[$, négatif sur $]1;4[$, nul en 1 et 4.

Question 1b

Les abscisses de A_n et A_{n+1} diffèrent de 1, donc

$$a_n = \frac{g(n+1) - g(n)}{(n+1) - n} = (n+1)^2 - 5(n+1) + 4 - (n^2 - 5n + 4) = \boxed{2n - 4}.$$

Question 1c

$a_{n+1} - a_n = 2$ pour tout n. La suite est arithmétique de raison 2 et de premier terme $a_0 = -4$.

Question 2a

Sur $[1/2; 8]$, $x \neq 0$. Ainsi

$$\frac{g(x)}{x} = \frac{x^2 - 5x + 4}{x} = x - 5 + \frac{4}{x} = f(x).$$

Question 2b

Sur l'intervalle étudié, $x > 0$; f et g ont donc le même signe. La courbe est au-dessus de l'axe sur $[1/2; 1[$ et $]4; 8]$, en dessous sur $]1; 4[$; elle coupe l'axe en $(1; 0)$ et $(4; 0)$.

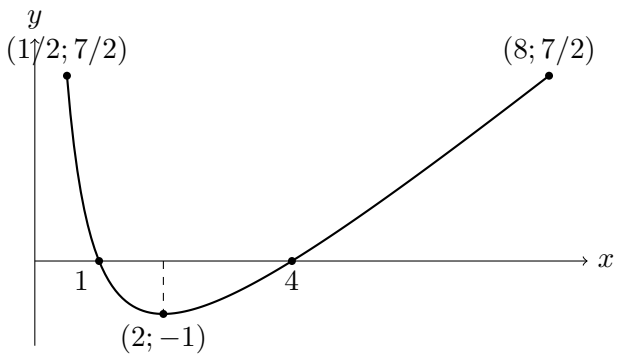
Question 2c

$$f'(x) = 1 - \frac{4}{x^2} = \frac{x^2 - 4}{x^2} = \boxed{\frac{(x-2)(x+2)}{x^2}}.$$

Question 2d

Le facteur $x + 2$ et le dénominateur sont positifs sur le domaine ; le signe de f' est donc celui de $x - 2$. On obtient $f(1/2) = 7/2$, $f(2) = -1$ et $f(8) = 7/2$:

x	$1/2$		2		8
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$7/2$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$7/2$

Question 2e : schéma original

La courbe doit passer par les deux zéros et le minimum trouvés, décroître jusqu'à 2 puis croître. Le tracé ci-dessous représente directement la formule, sur son seul domaine d'étude.