

Chapitre 03 – Cours

Calcul littéral : développer et factoriser

Dans ce chapitre, tu vas apprendre à :

- Utiliser la distributivité
- Factoriser une expression
- Comparer des aires par le calcul

Reconnaître la forme d'une expression

Définition – Somme et produit

Dans $3x+6$, l'opération principale est une addition : c'est une somme. Dans $3(x+2)$, c'est une multiplication : c'est un produit. Ces deux expressions sont égales pour toute valeur de x , mais leurs formes mettent en évidence des informations différentes. Développer transforme un produit en somme ; factoriser fait l'inverse.

Propriété – Distributivité simple et double

Pour tous nombres a, b, c, d , on a

$$a(b + c) = ab + ac,$$

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd.$$

Chaque terme de la première parenthèse multiplie chaque terme de la seconde. Les signes font partie des termes : multiplier deux termes négatifs donne un terme positif.

Exemple résolu – Développer puis réduire

Calculons $A = (2x - 3)(x + 4)$. On écrit les quatre produits :

$$A = 2x^2 + 8x - 3x - 12 = 2x^2 + 5x - 12.$$

Pour $x = 2$, la forme initiale vaut $(4-3)(2+4) = 6$. La forme réduite donne $8+10-12 = 6$. Ce contrôle repère certaines erreurs ; la double distributivité justifie l'égalité pour tous les nombres x .

Faire apparaître un facteur

Propriété – Facteur commun

Dans $ab + ac$, la lettre a est un facteur commun : $ab + ac = a(b + c)$. Le facteur peut aussi être une expression entière :

$$(x + 2)(3x - 1) + 5(x + 2) = (x + 2)(3x + 4).$$

On garde une seule fois le facteur commun et on rassemble les autres facteurs dans la parenthèse.

Propriété – Carrés et différence de carrés

La distributivité donne les identités

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2, \quad (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2,$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b).$$

En particulier, $(a + b)^2$ n'est généralement pas égal à $a^2 + b^2$: le terme $2ab$ compte aussi.

Comparer deux aires

Exemple résolu – Deux carrés

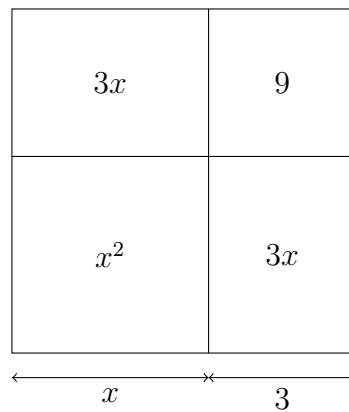
Un grand carré a un côté $x + 3$ cm ; un petit carré a un côté x cm, avec $x > 0$. La différence de leurs aires est

$$D = (x + 3)^2 - x^2.$$

En développant, $D = x^2 + 6x + 9 - x^2 = 6x + 9$. En factorisant une différence de carrés, on retrouve

$$D = ((x + 3) - x)((x + 3) + x) = 3(2x + 3).$$

Pour $x = 4$, la différence vaut $49 - 16 = 33$ cm², comme $6 \times 4 + 9$. Les deux méthodes expriment la même aire.

Voir le terme double

Le schéma représente le cas $x = 4$. Les deux rectangles d'aire $3x$ expliquent le terme $6x$ dans $(x + 3)^2$.

À retenir – Bilan

Développer utilise chaque produit nécessaire ; réduire rassemble les termes de même nature. Factoriser cherche un facteur commun ou une identité adaptée. Une égalité d'aires donne souvent deux écritures utiles de la même expression.
