Chapitre 05 – Corrections

Notion de fonction : images et antécédents

20 exercices progressifs – Solutions détaillées

Exercice 1 – Calculer des images

On remplace toute occurrence de x : $f(-2) = (-2)^2 - 1 = 3$, $f(0) = -1$ et $f(3) = 9 - 1 = 8$. Le carré de -2 est positif.

Exercice 2 – Calculer des images

On remplace toute occurrence de x : $f(-2) = (-2)^2 - 2 = 2$, $f(0) = -2$ et $f(3) = 9 - 2 = 7$. Le carré de -2 est positif.

Exercice 3 – Calculer des images

On remplace toute occurrence de x : $f(-2) = (-2)^2 - 3 = 1$, $f(0) = -3$ et $f(3) = 9 - 3 = 6$. Le carré de -2 est positif.

Exercice 4 – Calculer des images

On remplace toute occurrence de x : $f(-2) = (-2)^2 - 4 = 0$, $f(0) = -4$ et $f(3) = 9 - 4 = 5$. Le carré de -2 est positif.

Exercice 5 – Calculer des images

On remplace toute occurrence de x : $f(-2) = (-2)^2 - 5 = -1$, $f(0) = -5$ et $f(3) = 9 - 5 = 4$. Le carré de -2 est positif.

Exercice 6 – Chercher des antécédents

$g(x) = 10$ équivaut à $x^2 = 9$, donc $x = -3$ ou $x = 3$. Comme $x^2 \geqslant 0$, $g(x) \geqslant 1 > 0$; ainsi 0 n'a aucun antécédent réel. Une image est unique, mais les antécédents peuvent être multiples ou absents.

Exercice 7 – Chercher des antécédents

$g(x) = 11$ équivaut à $x^2 = 9$, donc $x = -3$ ou $x = 3$. Comme $x^2 \geqslant 0$, $g(x) \geqslant 2 > 0$; ainsi 0 n'a aucun antécédent réel. Une image est unique, mais les antécédents peuvent être multiples ou absents.

Exercice 8 – Chercher des antécédents

$g(x) = 12$ équivaut à $x^2 = 9$, donc $x = -3$ ou $x = 3$. Comme $x^2 \geqslant 0$, $g(x) \geqslant 3 > 0$; ainsi 0 n'a aucun antécédent réel. Une image est unique, mais les antécédents peuvent être multiples ou absents.

Exercice 9 – Chercher des antécédents

$g(x) = 13$ équivaut à $x^2 = 9$, donc $x = -3$ ou $x = 3$. Comme $x^2 \geqslant 0$, $g(x) \geqslant 4 > 0$; ainsi 0 n'a aucun antécédent réel. Une image est unique, mais les antécédents peuvent être multiples ou absents.

Exercice 10 – Chercher des antécédents

$g(x) = 14$ équivaut à $x^2 = 9$, donc $x = -3$ ou $x = 3$. Comme $x^2 \geqslant 0$, $g(x) \geqslant 5 > 0$; ainsi 0 n'a aucun antécédent réel. Une image est unique, mais les antécédents peuvent être multiples ou absents.

Exercice 11 – Tableau de valeurs

Les images, dans cet ordre, sont 8, 2, 0, 2 et 8. Les nombres opposés ont le même carré ; donc $h(-x) = h(x)$. La courbe est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

Exercice 12 – Tableau de valeurs

Les images, dans cet ordre, sont 12, 3, 0, 3 et 12. Les nombres opposés ont le même carré ; donc $h(-x) = h(x)$. La courbe est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

Exercice 13 – Tableau de valeurs

Les images, dans cet ordre, sont 16, 4, 0, 4 et 16. Les nombres opposés ont le même carré ; donc $h(-x) = h(x)$. La courbe est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

Exercice 14 – Tableau de valeurs

Les images, dans cet ordre, sont 20, 5, 0, 5 et 20. Les nombres opposés ont le même carré ; donc $h(-x) = h(x)$. La courbe est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

Exercice 15 – Tableau de valeurs

Les images, dans cet ordre, sont 24, 6, 0, 6 et 24. Les nombres opposés ont le même carré ; donc $h(-x) = h(x)$. La courbe est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

Exercice 16 – Approfondissement : comparer deux programmes

Par distributivité, $f(x) = x^2 + 2x + 1$. Donc $f(x) - g(x) = 1$. Comme $1 > 0$, l'image par f est toujours supérieure de 1 à celle par g. L'équation $f(x) = g(x)$ n'a aucune solution. Quelques valeurs numériques n'auraient pas suffi à démontrer cette impossibilité.

Exercice 17 – Approfondissement : comparer deux programmes

Par distributivité, $f(x) = x^2 + 4x + 4$. Donc $f(x) - g(x) = 4$. Comme $4 > 0$, l'image par f est toujours supérieure de 4 à celle par g. L'équation $f(x) = g(x)$ n'a aucune solution. Quelques valeurs numériques n'auraient pas suffi à démontrer cette impossibilité.

Exercice 18 – Approfondissement : comparer deux programmes

Par distributivité, $f(x) = x^2 + 6x + 9$. Donc $f(x) - g(x) = 9$. Comme $9 > 0$, l'image par f est toujours supérieure de 9 à celle par g. L'équation $f(x) = g(x)$ n'a aucune solution. Quelques valeurs numériques n'auraient pas suffi à démontrer cette impossibilité.

Exercice 19 – Approfondissement : comparer deux programmes

Par distributivité, $f(x) = x^2 + 8x + 16$. Donc $f(x) - g(x) = 16$. Comme $16 > 0$, l'image par f est toujours supérieure de 16 à celle par g. L'équation $f(x) = g(x)$ n'a aucune solution. Quelques valeurs numériques n'auraient pas suffi à démontrer cette impossibilité.

Exercice 20 – Approfondissement : comparer deux programmes

Par distributivité, $f(x) = x^2 + 10x + 25$. Donc $f(x) - g(x) = 25$. Comme $25 > 0$, l'image par f est toujours supérieure de 25 à celle par g. L'équation $f(x) = g(x)$ n'a aucune solution. Quelques valeurs numériques n'auraient pas suffi à démontrer cette impossibilité.