

Chapitre 05 – Cours

Notion de fonction : images et antécédents

Dans ce chapitre, tu vas apprendre à :

- Passer d'une formule à un tableau
- Distinguer image et antécédent
- Comparer deux fonctions

Associer un résultat à un nombre

Définition – Fonction et image

Une fonction associe à chaque nombre autorisé en entrée un unique nombre en sortie. Si la fonction s'appelle f , la sortie associée à x se note $f(x)$ et se lit « f de x ». Le nombre $f(x)$ est l'image de x par f . Par exemple, si $f(x) = x^2 + 1$, l'image de 3 est $f(3) = 10$.

Définition – Antécédent

Un antécédent de y par f est un nombre x tel que $f(x) = y$. Un nombre peut avoir plusieurs antécédents, un seul ou aucun. Avec $f(x) = x^2 + 1$ définie sur les nombres réels, 5 a deux antécédents, 2 et -2 ; 1 n'a que l'antécédent 0 ; 0 n'en a aucun.

Passer d'une formule aux valeurs

Exemple résolu – Calculer puis chercher à l'envers

Soit $f(x) = 2x - 3$. L'image de -2 est

$$f(-2) = 2 \times (-2) - 3 = -7.$$

Pour chercher l'antécédent de 5, on résout $f(x) = 5$, donc $2x - 3 = 5$. Il vient $2x = 8$, puis $x = 4$. Le contrôle donne $f(4) = 8 - 3 = 5$. Calculer une image demande une substitution ; chercher un antécédent demande ici la résolution d'une équation.

Propriété – Tableau et graphique

Un tableau de valeurs indique les images de quelques nombres choisis. Un graphique rassemble les points de coordonnées $(x; f(x))$. Pour lire une image, partir de l'abscisse ; pour lire un antécédent, partir de l'ordonnée. Une lecture graphique donne souvent une valeur approchée, alors qu'un calcul avec la formule peut donner une valeur exacte.

Comparer deux fonctions

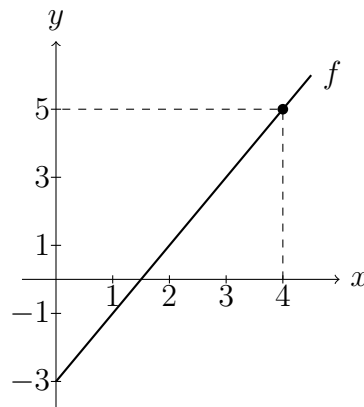
Exemple résolu – Deux programmes de calcul

Les fonctions f et g sont données par $f(x) = 2x - 3$ et $g(x) = x + 1$. Pour savoir quand elles donnent le même résultat, on résout

$$2x - 3 = x + 1, \quad x = 4.$$

Les deux images valent alors 5. Pour $x = 2$, $f(2) = 1$ et $g(2) = 3$: la première image est plus petite. Pour $x = 6$, $f(6) = 9$ et $g(6) = 7$: elle est plus grande. Sur un graphique, l'égalité correspond au point d'intersection $(4; 5)$.

Lire une image sur une courbe



Les pointillés relient l'abscisse 4 au point de la courbe puis à l'ordonnée 5 : ils montrent $f(4) = 5$. L'ordre des coordonnées est essentiel.

À retenir – Bilan

Un nombre d'entrée possède une seule image, mais une valeur de sortie peut posséder plusieurs antécédents. La formule sert au calcul exact, le tableau organise des valeurs et le graphique permet de les lire ou de les comparer.
