

Chapitre 06 – Cours

Fonctions linéaires et affines

Dans ce chapitre, tu vas apprendre à :

- Identifier une situation linéaire ou affine
- Déterminer une expression
- Calculer une intersection

Reconnaître une fonction linéaire

Définition – Fonction linéaire

Une fonction linéaire est de la forme $f(x) = ax$, où a est un nombre fixé. Elle traduit une situation de proportionnalité et a est le coefficient de proportionnalité. Sa représentation graphique est une droite passant par l'origine du repère. Si $a = 0$, elle est confondue avec l'axe des abscisses.

Définition – Fonction affine

Une fonction affine est de la forme $g(x) = ax + b$. Sa représentation est une droite. Le nombre $b = g(0)$ est l'ordonnée à l'origine ; le nombre a est le coefficient directeur. Une fonction linéaire est donc une fonction affine particulière, avec $b = 0$. Lorsque $a = 0$, la fonction est constante.

Interpréter les deux coefficients

Propriété – Variation entre deux valeurs

Pour une fonction affine, une augmentation de x de 1 ajoute a à son image. Plus généralement,

$$g(x_2) - g(x_1) = a(x_2 - x_1).$$

Pour $x_2 \neq x_1$, on peut donc calculer

$$a = \frac{g(x_2) - g(x_1)}{x_2 - x_1}.$$

Un coefficient positif donne une droite qui monte de gauche à droite ; un coefficient négatif, une droite qui descend.

Exemple résolu – Trouver une expression affine

On sait que $g(1) = 5$ et $g(4) = 11$. Le coefficient directeur est

$$a = \frac{11 - 5}{4 - 1} = \frac{6}{3} = 2.$$

On écrit donc $g(x) = 2x + b$. Comme $g(1) = 5$, on a $2 + b = 5$, d'où $b = 3$. Ainsi $g(x) = 2x + 3$. Vérification avec la seconde donnée : $g(4) = 8 + 3 = 11$. Les deux valeurs fournies correspondent bien à la fonction trouvée.

Comparer des tarifs

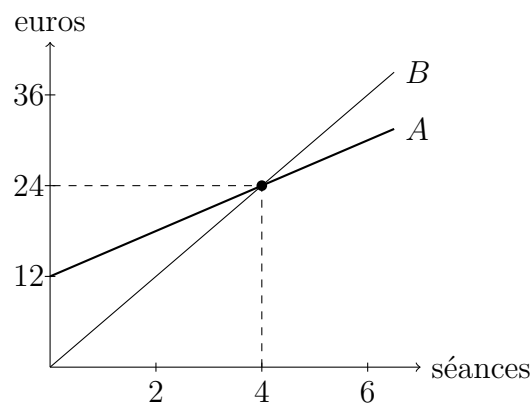
Exemple résolu – Un prix fixe ou un prix par séance

Le tarif A coûte 12 euros d'inscription puis 3 euros par séance : $A(x) = 3x + 12$. Le tarif B coûte 6 euros par séance : $B(x) = 6x$. La fonction A est affine, tandis que B est linéaire. Pour leur intersection, on résout

$$3x + 12 = 6x, \quad x = 4.$$

Le prix commun vaut 24 euros. Pour 2 séances, A coûte 18 euros et B 12 euros ; pour 6 séances, A coûte 30 euros et B 36 euros. Ici, x représente un nombre entier de séances.

Deux droites qui se coupent



La droite de B passe par l'origine ; celle de A coupe l'axe vertical à 12. Leur point commun confirme le calcul pour quatre séances.

À retenir – Bilan

La forme ax traduit une proportionnalité ; la forme $ax + b$ ajoute un terme fixe. Deux points permettent de déterminer une fonction affine. Leur intersection se calcule en égalant les deux expressions, puis en calculant l'image commune.
