

Chapitre 07 – Cours

Statistiques et probabilités à deux étapes

Dans ce chapitre, tu vas apprendre à :

- Interpréter moyenne médiane et étendue
- Calculer une probabilité
- Organiser une expérience à deux étapes

Résumer des données sans les confondre

Définition – Indicateurs d'une série

La moyenne est la somme des données divisée par leur nombre ; dans un tableau, chaque valeur est multipliée par son effectif. La médiane se cherche dans la série rangée et sépare les données en deux groupes d'au moins la moitié de l'effectif. L'étendue est le maximum moins le minimum. Ces indicateurs ne décrivent pas la même chose.

Exemple résolu – Une valeur très élevée

Les durées de cinq trajets sont 10; 12; 12; 14; 32 minutes. La moyenne vaut

$$\frac{10 + 12 + 12 + 14 + 32}{5} = \frac{80}{5} = 16 \text{ min.}$$

La troisième valeur est 12 : c'est la médiane. L'étendue vaut $32 - 10 = 22$ min. Le trajet de 32 minutes augmente fortement la moyenne. La médiane de 12 minutes indique qu'au moins la moitié des trajets durent au plus 12 minutes, et qu'au moins la moitié durent au moins 12 minutes.

Organiser deux étapes aléatoires

Définition – Issues d'une expérience composée

Quand une expérience comporte deux étapes, une issue complète indique le résultat de la première puis celui de la seconde. Un tableau à double entrée ou un arbre aide à ne pas en oublier. L'ordre compte : obtenir blanc puis noir est différent d'obtenir noir puis blanc, même si les deux issues peuvent réaliser le même événement.

Propriété – Chemins d'un arbre

Les probabilités des branches qui partent d'un même nœud ont pour somme 1. La probabilité d'un chemin complet est le produit des probabilités rencontrées. Pour un événement regroupant plusieurs chemins distincts, on additionne les probabilités de ces chemins. Les probabilités du second tirage doivent décrire les conditions réelles de ce tirage.

Tirer avec remise

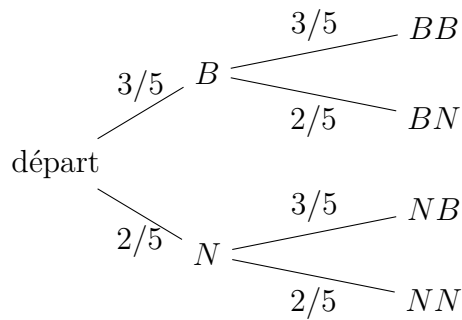
Exemple résolu – Deux tirages dans un sac

Un sac contient 3 boules blanches et 2 noires, indiscernables au toucher. On tire une boule, on la remet, puis on tire à nouveau. À chaque tirage, $P(B) = \frac{3}{5}$ et $P(N) = \frac{2}{5}$. Pour obtenir une boule de chaque couleur, deux chemins conviennent : BN et NB .

$$P(BN) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{25}, \quad P(NB) = \frac{2}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{6}{25}.$$

La probabilité cherchée est donc $\frac{12}{25}$. Le contraire, « deux boules de même couleur », vaut $1 - \frac{12}{25} = \frac{13}{25}$.

L'arbre des quatre chemins



La remise explique que les probabilités restent les mêmes au second tirage. Sans remise, il ne resterait que quatre boules et les branches de seconde étape seraient différentes.

Propriété – Fréquence et probabilité

La fréquence d'un événement est la proportion de réalisations observées lors d'essais. La probabilité est calculée à partir d'un modèle. Lorsque le nombre d'essais augmente, les fréquences ont tendance à se rapprocher de la probabilité, sans lui être nécessairement égales.

À retenir – Bilan

Choisir l'indicateur adapté aux données. Pour deux étapes aléatoires, décrire les issues complètes, multiplier le long de chaque chemin et additionner les chemins favorables. Vérifier si l'objet tiré est remis avant le second tirage.
