

Chapitre 09 – Cours

Trigonométrie du triangle rectangle

Dans ce chapitre, tu vas apprendre à :

- Choisir cosinus sinus ou tangente
- Calculer une longueur ou un angle
- Associer trigonométrie et Pythagore

Choisir les côtés par rapport à l'angle

Définition – Les trois côtés utiles

Dans un triangle rectangle, l'hypoténuse est opposée à l'angle droit. Pour un angle aigu choisi, le côté opposé est en face de cet angle ; le côté adjacent touche l'angle sans être l'hypoténuse. Changer d'angle aigu échange les rôles adjacent et opposé, mais ne change pas l'hypoténuse.

Propriété – Cosinus, sinus, tangente

Dans ABC rectangle en A , pour $\alpha = \widehat{ABC}$:

$$\cos \alpha = \frac{AB}{BC} = \frac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}},$$
$$\sin \alpha = \frac{AC}{BC} = \frac{\text{opposé}}{\text{hypoténuse}}, \quad \tan \alpha = \frac{AC}{AB} = \frac{\text{opposé}}{\text{adjacent}}.$$

Les longueurs sont dans la même unité. Pour un angle aigu, sinus et cosinus sont entre 0 et 1 ; la tangente peut dépasser 1.

Calculer une hauteur

Exemple résolu – Viser le sommet d'un arbre

Depuis un point situé à 12 m du pied d'un arbre vertical, on vise son sommet sous un angle de 35° avec l'horizontale. La visée part de 1,5 m au-dessus du sol. Si h est la hauteur au-dessus de cette horizontale, les côtés connus et cherché sont adjacent et opposé. Donc

$$\tan 35^\circ = \frac{h}{12}, \quad h = 12 \tan 35^\circ \approx 8,40 \text{ m.}$$

La hauteur totale de l'arbre vaut $h + 1,5 \approx 9,90$ m. Il faut ajouter la hauteur du point de visée.

Méthode – Choisir le bon rapport

Repérer l'angle droit, puis l'angle aigu utilisé. Nommer les côtés connu et cherché par rapport à cet angle. Choisir le rapport qui contient ces deux côtés. Isoler ensuite l'inconnue dans l'égalité. Régler la calculatrice en degrés et conserver la précision jusqu'au résultat final.

Calculer un angle et une autre longueur

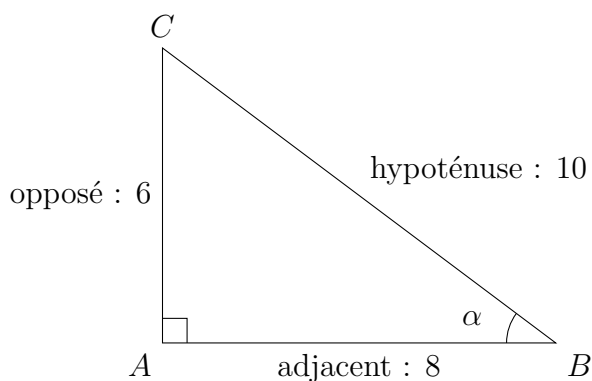
Exemple résolu – Un triangle de côtés connus

Dans ABC rectangle en A , $AB = 8$ cm et $AC = 6$ cm. Pythagore donne

$$BC^2 = 8^2 + 6^2 = 100, \quad BC = 10 \text{ cm.}$$

Pour l'angle $\widehat{ABC}$, on peut utiliser $\tan \widehat{ABC} = \frac{6}{8} = 0,75$. La calculatrice donne $\widehat{ABC} \approx 36,9^\circ$. On retrouve cette valeur avec $\sin \widehat{ABC} = \frac{6}{10}$ ou $\cos \widehat{ABC} = \frac{8}{10}$. L'autre angle aigu mesure environ $53,1^\circ$.

Un seul triangle, trois rapports



Propriété – Retrouver un angle

La calculatrice utilise les fonctions réciproques arccos, arcsin ou arctan pour retrouver un angle à partir d'un rapport. La touche $\cos^{-1}$ désigne ici arccos ; elle ne demande pas de calculer l'inverse $1/\cos$.

À retenir – Bilan

La trigonométrie relie un angle aigu et deux côtés d'un triangle rectangle. Pythagore relie ses trois côtés. Choisir la relation d'après les données et la question, puis vérifier que la longueur ou l'angle obtenu est possible.
