

Chapitre 11 – Corrections

Géométrie de l'espace et grandeurs

20 exercices progressifs – Solutions détaillées

Exercice 1 – Volume d'un cylindre

L'aire de base est $\pi r^2 = 4\pi \text{ cm}^2$. Le volume vaut $\pi r^2 h = 36\pi \text{ cm}^3$. Comme $1000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ L}$, sa capacité vaut $\frac{9}{250}\pi \text{ L}$.

Exercice 2 – Volume d'un cylindre

L'aire de base est $\pi r^2 = 9\pi \text{ cm}^2$. Le volume vaut $\pi r^2 h = 108\pi \text{ cm}^3$. Comme $1000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ L}$, sa capacité vaut $\frac{27}{250}\pi \text{ L}$.

Exercice 3 – Volume d'un cylindre

L'aire de base est $\pi r^2 = 16\pi \text{ cm}^2$. Le volume vaut $\pi r^2 h = 240\pi \text{ cm}^3$. Comme $1000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ L}$, sa capacité vaut $\frac{6}{25}\pi \text{ L}$.

Exercice 4 – Volume d'un cylindre

L'aire de base est $\pi r^2 = 25\pi \text{ cm}^2$. Le volume vaut $\pi r^2 h = 450\pi \text{ cm}^3$. Comme $1000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ L}$, sa capacité vaut $\frac{9}{20}\pi \text{ L}$.

Exercice 5 – Volume d'un cylindre

L'aire de base est $\pi r^2 = 36\pi \text{ cm}^2$. Le volume vaut $\pi r^2 h = 756\pi \text{ cm}^3$. Comme $1000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ L}$, sa capacité vaut $\frac{189}{250}\pi \text{ L}$.

Exercice 6 – Pyramide et prisme

La base a pour aire 9 cm^2 . Le prisme a pour volume 54 cm^3 . La pyramide a pour volume $\frac{1}{3} \times 9 \times 6 = 18 \text{ cm}^3$. Le rapport pyramide/prisme vaut $\frac{1}{3}$.

Exercice 7 – Pyramide et prisme

La base a pour aire 16 cm^2 . Le prisme a pour volume 144 cm^3 . La pyramide a pour volume $\frac{1}{3} \times 16 \times 9 = 48 \text{ cm}^3$. Le rapport pyramide/prisme vaut $\frac{1}{3}$.

Exercice 8 – Pyramide et prisme

La base a pour aire 25 cm^2 . Le prisme a pour volume 300 cm^3 . La pyramide a pour volume $\frac{1}{3} \times 25 \times 12 = 100 \text{ cm}^3$. Le rapport pyramide/prisme vaut $\frac{1}{3}$.

Exercice 9 – Coordonnées dans un pavé

Les axes sont dirigés vers l'intérieur du pavé. Le sommet opposé a pour coordonnées $(6; 4; 3)$. Le centre est le milieu de la grande diagonale reliant ce sommet à l'origine : ses coordonnées sont $(3; 2; \frac{3}{2})$. Les trois coordonnées donnent respectivement les déplacements selon les trois directions.

Exercice 10 – Latitude et longitude

Les longitudes étant égales, les deux lieux sont sur le même méridien. Les latitudes sont différentes : ils ne sont pas sur le même parallèle. Dans le plan de ce méridien, ils sont de part et d'autre de l'équateur ; l'angle au centre vaut donc $30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$. Cela ne donne pas directement une distance : il faudrait connaître le rayon terrestre et relier longueur d'arc et angle.

Exercice 11 – Boule et sphère

Le volume de la boule vaut $\frac{4}{3}\pi r^3 = 36\pi \text{ cm}^3$. L'aire de la sphère vaut $4\pi r^2 = 36\pi \text{ cm}^2$. Les unités diffèrent : volume et surface ne décrivent pas la même grandeur.

Exercice 12 – Boule et sphère

Le volume de la boule vaut $\frac{4}{3}\pi r^3 = 288\pi \text{ cm}^3$. L'aire de la sphère vaut $4\pi r^2 = 144\pi \text{ cm}^2$. Les unités diffèrent : volume et surface ne décrivent pas la même grandeur.

Exercice 13 – Boule et sphère

Le volume de la boule vaut $\frac{4}{3}\pi r^3 = 972\pi \text{ cm}^3$. L'aire de la sphère vaut $4\pi r^2 = 324\pi \text{ cm}^2$. Les unités diffèrent : volume et surface ne décrivent pas la même grandeur.

Exercice 14 – Boule et sphère

Le volume de la boule vaut $\frac{4}{3}\pi r^3 = 2304\pi \text{ cm}^3$. L'aire de la sphère vaut $4\pi r^2 = 576\pi \text{ cm}^2$. Les unités diffèrent : volume et surface ne décrivent pas la même grandeur.

Exercice 15 – Boule et sphère

Le volume de la boule vaut $\frac{4}{3}\pi r^3 = 4500\pi \text{ cm}^3$. L'aire de la sphère vaut $4\pi r^2 = 900\pi \text{ cm}^2$. Les unités diffèrent : volume et surface ne décrivent pas la même grandeur.

Exercice 16 – Approfondissement : réduction d'un cône

Le volume initial est $V = \frac{1}{3}\pi \times 4 \times 9 = 12\pi \text{ cm}^3$. Chaque longueur est divisée par 2, donc le volume est multiplié par $(\frac{1}{2})^3 = \frac{1}{8}$. Le volume réduit vaut $\frac{3}{2}\pi \text{ cm}^3$ et le volume perdu $\frac{7}{8}V = \frac{21}{2}\pi \text{ cm}^3$. Réduire une longueur de moitié ne divise pas le volume par deux.

Exercice 17 – Approfondissement : réduction d'un cône

Le volume initial est $V = \frac{1}{3}\pi \times 9 \times 12 = 36\pi \text{ cm}^3$. Chaque longueur est divisée par 2, donc le volume est multiplié par $(\frac{1}{2})^3 = \frac{1}{8}$. Le volume réduit vaut $\frac{9}{2}\pi \text{ cm}^3$ et le volume perdu $\frac{7}{8}V = \frac{63}{2}\pi \text{ cm}^3$. Réduire une longueur de moitié ne divise pas le volume par deux.

Exercice 18 – Approfondissement : réduction d'un cône

Le volume initial est $V = \frac{1}{3}\pi \times 16 \times 15 = 80\pi \text{ cm}^3$. Chaque longueur est divisée par 2, donc le volume est multiplié par $(\frac{1}{2})^3 = \frac{1}{8}$. Le volume réduit vaut $10\pi \text{ cm}^3$ et le volume perdu $\frac{7}{8}V = 70\pi \text{ cm}^3$. Réduire une longueur de moitié ne divise pas le volume par deux.

Exercice 19 – Approfondissement : réduction d'un cône

Le volume initial est $V = \frac{1}{3}\pi \times 25 \times 18 = 150\pi \text{ cm}^3$. Chaque longueur est divisée par 2, donc le volume est multiplié par $(\frac{1}{2})^3 = \frac{1}{8}$. Le volume réduit vaut $\frac{75}{4}\pi \text{ cm}^3$ et le volume perdu $\frac{7}{8}V = \frac{525}{4}\pi \text{ cm}^3$. Réduire une longueur de moitié ne divise pas le volume par deux.

Exercice 20 – Approfondissement : réduction d'un cône

Le volume initial est $V = \frac{1}{3}\pi \times 36 \times 21 = 252\pi \text{ cm}^3$. Chaque longueur est divisée par 2, donc le volume est multiplié par $(\frac{1}{2})^3 = \frac{1}{8}$. Le volume réduit vaut $\frac{63}{2}\pi \text{ cm}^3$ et le volume perdu $\frac{7}{8}V = \frac{441}{2}\pi \text{ cm}^3$. Réduire une longueur de moitié ne divise pas le volume par deux.