

Chapitre 02 – Cours

Puissances et racines carrées

Dans ce chapitre, tu vas apprendre à :

- Maîtriser la notation scientifique
- Reconnaître une racine carrée
- Calculer exactement avant d'arrondir

Calculer avec les puissances

Propriété – Exposants entiers

Pour $a \neq 0$ et des entiers m, n , on a

$$a^m a^n = a^{m+n}, \quad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}, \quad (a^m)^n = a^{mn}.$$

On pose $a^0 = 1$ et $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$. Ces règles portent sur des produits et des quotients. Une somme de puissances ne se réduit pas en additionnant les exposants.

Définition – Notation scientifique

Un nombre positif en notation scientifique s'écrit $a \times 10^n$, avec $1 \leq a < 10$ et n entier. Le coefficient donne les chiffres significatifs ; l'exposant indique l'ordre de grandeur. Ainsi $0,00072 = 7,2 \times 10^{-4}$, tandis que 72×10^{-5} est égal au même nombre mais n'est pas une notation scientifique.

Exemple résolu – Multiplier de petits nombres

On calcule $A = (3 \times 10^{-4})(8 \times 10^6)$. On regroupe les coefficients et les puissances de dix :

$$A = 24 \times 10^2 = 2,4 \times 10^3.$$

La dernière écriture est scientifique. En effet, diviser le coefficient 24 par 10 oblige à multiplier la puissance de dix par 10 pour garder la même valeur. Sous forme décimale, $A = 2\,400$.

Comprendre une racine carrée

Définition – Racine carrée

Pour un nombre $a \geq 0$, $\sqrt{a}$ est le seul nombre positif ou nul dont le carré est a . Ainsi $\sqrt{49} = 7$ et $\sqrt{0} = 0$. Même si $(-7)^2 = 49$, la racine carrée de 49 est 7, jamais -7 . Dans les nombres réels, un nombre négatif n'a pas de racine carrée.

Propriété – Carrés et racines

Pour $a \geq 0$, $(\sqrt{a})^2 = a$. Pour $a, b \geq 0$, $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$; si $b > 0$, $\sqrt{a/b} = \sqrt{a}/\sqrt{b}$. En revanche, la racine d'une somme ne se sépare pas : $\sqrt{9+16} = 5$, alors que $\sqrt{9} + \sqrt{16} = 7$.

Garder une valeur exacte

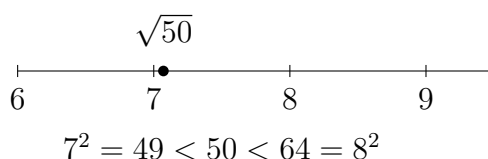
Exemple résolu – Le côté d'un carré

Un carré a une aire de 50 cm^2 . Si c est son côté, $c^2 = 50$ et $c > 0$, donc $c = \sqrt{50} \text{ cm}$. Comme $50 = 25 \times 2$,

$$c = \sqrt{25}\sqrt{2} = 5\sqrt{2} \text{ cm}.$$

Son périmètre vaut exactement $4c = 20\sqrt{2} \text{ cm}$. On arrondit seulement à la fin : $20\sqrt{2} \approx 28,3 \text{ cm}$. Utiliser trop tôt un côté arrondi à 7,1 cm donnerait un périmètre moins précis.

Encadrer sans calculatrice



Le point est placé approximativement. Comme les carrés de 7 et 8 encadrent 50, on sait que $7 < \sqrt{50} < 8$; la valeur exacte reste $5\sqrt{2}$.

À retenir – Bilan

Un exposant négatif indique un inverse. Une racine carrée est positive ou nulle. Repérer les carrés parfaits permet de simplifier une racine ; conserver cette écriture exacte jusqu'à l'arrondi final.