

Chapitre 01 – Cours

Nombres relatifs et fractions

Dans ce chapitre, tu vas apprendre à :

- Calculer exactement avec des rationnels
- Respecter signes et priorités
- Résoudre un problème de fractions successives

Lire et comparer des nombres

Définition – Signe et distance à zéro

Un nombre relatif possède un signe et une distance à zéro. Ainsi -4 est à quatre unités de zéro, du côté négatif. Deux nombres opposés, comme -4 et 4 , ont une somme nulle. Sur une droite graduée, le nombre situé le plus à droite est le plus grand : $-2 > -5$.

Définition – Fraction

Pour $b \neq 0$, $\frac{a}{b}$ représente le quotient de a par b . Multiplier ou diviser le numérateur et le dénominateur par un même nombre non nul conserve ce quotient. On simplifie des facteurs communs, jamais des termes séparés par une addition.

Calculer avec les bons signes

Propriété – Produits et quotients

Deux nombres non nuls de même signe ont un produit et un quotient positifs ; de signes contraires, ils donnent un résultat négatif. Un produit contenant un facteur nul vaut zéro. Pour plusieurs facteurs non nuls, un nombre pair de facteurs négatifs donne un produit positif.

Propriété – Opérations sur les fractions

Pour additionner, on écrit d'abord les fractions au même dénominateur. Pour multiplier, on multiplie les numérateurs et les dénominateurs. Pour diviser par une fraction non nulle, on multiplie par son inverse :

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}, \quad \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}, \quad \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}.$$

Dans ces écritures, b et d sont non nuls ; la division demande aussi $c \neq 0$.

Exemple résolu – Une expression, deux étapes

Calculons $A = -\frac{2}{3} + \frac{5}{6} \times \frac{3}{5}$. La multiplication est prioritaire et l'on peut simplifier avant de multiplier :

$$\frac{5}{6} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

On additionne ensuite avec un dénominateur commun :

$$A = -\frac{4}{6} + \frac{3}{6} = -\frac{1}{6}.$$

La valeur obtenue est exacte : une écriture décimale approchée ferait perdre cette information.

Une fraction d'une quantité restante

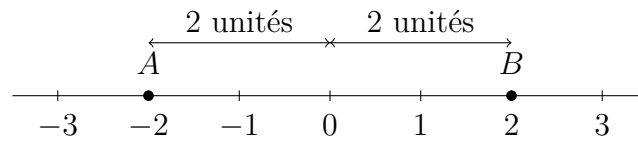
Exemple résolu – Deux dépenses successives

Lina possède 60 euros. Elle dépense le tiers de cette somme, puis les trois quarts de ce qui reste. La première dépense vaut $60 \times \frac{1}{3} = 20$ euros ; il reste donc 40 euros. La seconde vaut $40 \times \frac{3}{4} = 30$ euros. Il reste finalement $40 - 30 = 10$ euros. La fraction conservée est

$$\left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{3}{4}\right) = \frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{6}.$$

On retrouve $60 \times \frac{1}{6} = 10$. Les deux fractions de dépense ne portent pas sur la même somme.

Voir les nombres sur une droite



Les abscisses de A et B sont opposées. Leurs distances à zéro sont égales, mais $-2 < 2$.

À retenir – Bilan

Traiter les parenthèses, puis les produits et quotients, puis les sommes. Une addition de fractions demande un dénominateur commun ; une division demande un inverse. Dans un problème, préciser la quantité à laquelle chaque fraction s'applique.
