

Chapitre 02 – Cours

Puissances et notation scientifique

Dans ce chapitre, tu vas apprendre à :

- Utiliser les exposants entiers
- Écrire un nombre en notation scientifique
- Relier puissances et unités

Comprendre un exposant

Définition – Puissance d'un nombre

Pour un entier $n \geq 1$, a^n est le produit de n facteurs égaux à a . Ainsi $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$. L'exposant indique le nombre de facteurs, pas un nombre à multiplier par la base. Pour $a \neq 0$, on pose $a^0 = 1$ et $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.

Propriété – Même base

Pour $a \neq 0$ et des exposants entiers m, n :

$$a^m a^n = a^{m+n}, \quad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}, \quad (a^m)^n = a^{mn}.$$

Ces règles concernent les produits, quotients et puissances. Elles ne permettent pas de remplacer $a^m + a^n$ par une seule puissance en additionnant les exposants.

Faire attention au signe

Propriété – Parenthèses indispensables

Dans $(-2)^4$, le facteur répété est -2 : le résultat est 16. Dans -2^4 , on calcule d'abord la puissance, puis on prend son opposé : le résultat est -16 . Une puissance d'un nombre négatif est positive si son exposant entier positif est pair, négative s'il est impair.

Exemple résolu – Calculer avec des puissances

On cherche $A = \frac{2^5 \times 2^{-2}}{2^2}$. Au numérateur, les exposants s'ajoutent : $2^5 \times 2^{-2} = 2^3$. Au quotient, ils se soustraient :

$$A = 2^{3-2} = 2.$$

On peut contrôler : $2^5 = 32$, $2^{-2} = \frac{1}{4}$ et $2^2 = 4$, donc $(32 \times \frac{1}{4}) \div 4 = 2$. Un exposant négatif ne rend donc pas le nombre négatif.

Écrire les très grands et très petits nombres

Définition – Notation scientifique

La notation scientifique d'un nombre positif est $a \times 10^n$, avec $1 \leq a < 10$ et n entier. Par exemple, $47\,000 = 4,7 \times 10^4$ et $0,0032 = 3,2 \times 10^{-3}$. On choisit la puissance de dix pour que la partie décimale soit comprise entre 1 inclus et 10 exclu.

Exemple résolu – Une longueur et son unité

Une cellule mesure $0,000008$ m. Sa longueur s'écrit 8×10^{-6} m. Comme 1 micromètre vaut 10^{-6} m, elle mesure aussi 8 micromètres. Pour 250 cellules alignées sans espace, la longueur totale vaut

$$250 \times 8 \times 10^{-6} = 2\,000 \times 10^{-6} = 2 \times 10^{-3} \text{ m.}$$

C'est $0,002$ m, soit 2 mm. Le coefficient 2 est bien compris entre 1 et 10 : l'écriture finale est scientifique.

Changer d'échelle par facteurs dix

$$\begin{array}{ccccccc} 10^{-3} & \xrightarrow{\times 10} & 10^{-2} & \xrightarrow{\times 10} & 10^{-1} & \xrightarrow{\times 10} & 10^0 \\ 0,001 & & 0,01 & & 0,1 & & 1 \end{array}$$

Augmenter l'exposant d'une unité multiplie la valeur par dix. Pour conserver la même valeur, il faut alors diviser le coefficient par dix.

À retenir – Bilan

Une puissance représente un produit répété. Les règles sur les exposants demandent de reconnaître la base commune. La notation scientifique conserve un coefficient entre 1 et 10, et l'unité doit accompagner le résultat.
