Chapitre 04 – Cours

Calcul littéral et distributivité

Dans ce chapitre, tu vas apprendre à :

- Réduire et développer
- Factoriser par un facteur commun
- Justifier une égalité générale

Utiliser une lettre

Définition – Expression littérale

Une expression littérale contient des nombres, des opérations et une ou plusieurs lettres représentant des nombres. Dans $3x + 5$, $3x$ signifie $3 \times x$. Pour $x = 4$, cette expression vaut $3 \times 4 + 5 = 17$. Une même lettre conserve la même valeur pendant tout le calcul.

Propriété – Réduire une expression

On peut regrouper des termes de même nature : $3x + 5x = 8x$ et $2x^2 + 4x^2 = 6x^2$. En revanche, $3x + 2$ ou $x^2 + x$ ne se regroupent pas en un seul terme. Réduire change la présentation d'une expression sans changer sa valeur.

Développer et factoriser

Propriété – Distributivité

Pour tous nombres k, a, b, on a

$$k(a + b) = ka + kb, \qquad k(a - b) = ka - kb.$$

Passer du produit à la somme s'appelle développer. Lire la même égalité dans l'autre sens s'appelle factoriser. Le facteur extérieur multiplie chacun des termes de la parenthèse.

Exemple résolu – Développer avec un signe moins

On veut réduire $A = 5x - 3(2x - 4)$. Le facteur est -3. Il multiplie $2x$ puis -4 :

$$A = 5x - 6x + 12 = -x + 12.$$

Pour $x = 2$, l'expression de départ vaut $10-3\times0 = 10$; l'expression réduite vaut $-2+12 = 10$. Ce contrôle donne une vérification pour cette valeur, mais c'est la distributivité qui justifie l'égalité pour toutes les valeurs de x.

Propriété – Reconnaître un facteur commun

Les deux termes $6x$ et 9 contiennent le facteur 3. On peut donc écrire $6x + 9 = 3(2x + 3)$. À l'intérieur de la parenthèse, chaque terme est le quotient du terme initial par le facteur choisi. Développer le résultat permet de vérifier la factorisation.

Exprimer une aire de deux façons

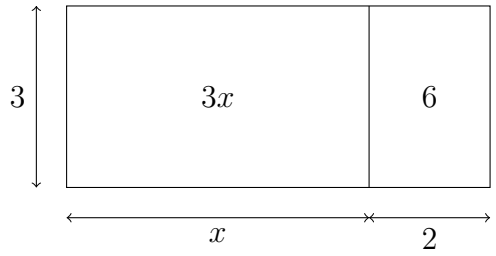
Exemple résolu – Un rectangle partagé

Un rectangle a une hauteur de 3 cm et une largeur de $x + 2$ cm, avec $x > 0$. Son aire totale est $3(x + 2)$ cm^2. Si on le partage en deux rectangles de largeurs x et 2, leurs aires sont $3x$ et 6 cm^2. L'aire totale s'écrit donc aussi $3x + 6$. On obtient

$$3(x + 2) = 3x + 6.$$

Pour $x = 5$, le grand rectangle mesure 7 cm sur 3 cm : son aire vaut 21 cm^2, comme $15 + 6$.

Voir la distributivité



Le dessin illustre le cas $x = 5$; l'égalité d'aires reste valable pour toute largeur $x > 0$.

À retenir – Bilan

Réduire regroupe les termes semblables. Développer supprime un produit par une parenthèse. Factoriser fait apparaître un produit. Pour justifier une égalité générale, utiliser les propriétés du calcul ; un essai numérique isolé ne suffit pas.