

Chapitre 05 – Cours

Équations et mise en problème

Dans ce chapitre, tu vas apprendre à :

- Résoudre une équation du premier degré
- Contrôler une solution
- Modéliser une comparaison de tarifs

Qu'est-ce qu'une solution ?

Définition – Équation et inconnue

Une équation est une égalité contenant une inconnue, souvent notée x . Résoudre l'équation consiste à trouver toutes les valeurs de l'inconnue qui rendent l'égalité vraie. Par exemple, 4 est solution de $3x + 2 = 14$ car $3 \times 4 + 2 = 14$. Une valeur proposée se contrôle dans l'égalité de départ.

Propriété – Conserver une égalité

On conserve une égalité en ajoutant ou en soustrayant un même nombre à ses deux membres. On peut aussi multiplier ou diviser les deux membres par un même nombre non nul. Pour isoler l'inconnue, on applique ces opérations en écrivant une nouvelle égalité à chaque étape.

Isoler l'inconnue

Exemple résolu – Une inconnue dans les deux membres

Résolvons $5x + 7 = 2x + 19$. On soustrait $2x$ aux deux membres :

$$3x + 7 = 19.$$

On soustrait 7, puis on divise par 3 :

$$3x = 12, \quad x = 4.$$

Vérifions dans l'équation initiale : $5 \times 4 + 7 = 27$ et $2 \times 4 + 19 = 27$. Les deux membres sont égaux. L'équation a donc pour solution 4.

Méthode – Quand il y a des parenthèses

Commencer par développer puis réduire chaque membre. Regrouper ensuite les termes contenant l'inconnue dans un membre, et les nombres dans l'autre, en utilisant les mêmes opérations des deux côtés. Une division finale permet d'obtenir x lorsque son coefficient est non nul. Garder les fractions exactes évite les arrondis prématurés.

Traduire une situation

Exemple résolu – Comparer deux tarifs

Un club propose le tarif A : 12 euros d'inscription puis 3 euros par séance ; le tarif B : 6 euros par séance. On cherche le nombre de séances donnant le même prix. Notons x ce nombre. Les prix sont $12 + 3x$ et $6x$, d'où

$$12 + 3x = 6x, \quad 12 = 3x, \quad x = 4.$$

Pour 4 séances, le tarif A coûte $12 + 3 \times 4 = 24$ euros et le tarif B coûte $6 \times 4 = 24$ euros. La solution est un entier positif, donc elle convient bien au nombre de séances demandé.

Définition – Choisir l'inconnue

Dans un problème, annoncer ce que représente x et son unité. Écrire ensuite les deux expressions qui doivent être égales. La solution d'une équation doit aussi respecter le contexte : une longueur est positive, et un nombre de personnes est un entier naturel.

Représenter l'équilibre des tarifs

$$\boxed{12} \quad \boxed{x} \quad \boxed{x} \quad \boxed{x} = \boxed{x} \quad \boxed{x} \quad \boxed{x} \quad \boxed{x} \quad \boxed{x} \quad \boxed{x}$$

Les trois blocs x de gauche peuvent être retirés des deux côtés. Les 12 euros correspondent alors aux trois blocs x restants : chaque bloc vaut 4.

À retenir – Bilan

Définir l'inconnue, traduire l'égalité cherchée, résoudre par opérations identiques sur les deux membres, puis contrôler. La dernière phrase doit répondre à la question du problème avec son unité.
