

Chapitre 08 – Cours

Théorème de Pythagore et réciproque

Dans ce chapitre, tu vas apprendre à :

- Calculer une longueur
- Prouver ou exclure un angle droit
- Enchaîner des raisonnements géométriques

Reconnaître l'hypoténuse

Définition – Triangle rectangle

Un triangle rectangle possède un angle droit. Le côté opposé à cet angle est l'hypoténuse ; c'est le côté le plus long. Dans un triangle ABC rectangle en A , l'hypoténuse est donc $[BC]$. Le nom du sommet de l'angle droit permet de choisir correctement les côtés dans la formule.

Propriété – Théorème de Pythagore

Si le triangle ABC est rectangle en A , alors

$$BC^2 = AB^2 + AC^2.$$

Les longueurs doivent être exprimées dans une même unité. Ce théorème s'utilise lorsqu'on connaît déjà l'existence d'un angle droit ; il permet alors de calculer une troisième longueur à partir des deux autres.

Exemple résolu – Calculer un côté de l'angle droit

Dans ABC rectangle en A , on connaît $BC = 13$ cm et $AB = 5$ cm. Le côté BC est l'hypoténuse. D'après le théorème de Pythagore,

$$13^2 = 5^2 + AC^2, \quad AC^2 = 169 - 25 = 144.$$

Comme AC est une longueur positive, $AC = 12$ cm. On contrôle que 13 est bien supérieur à 12 et à 5. Pour trouver un côté de l'angle droit, on a soustrait les carrés ; on n'a pas calculé $13 - 5$.

Prouver qu'un angle est droit

Propriété – Réciproque

Dans un triangle, si le carré du plus grand côté est égal à la somme des carrés des deux autres côtés, alors le triangle est rectangle. Son angle droit est opposé au plus grand côté. Si cette égalité n'est pas vérifiée, le triangle n'est pas rectangle : c'est la conséquence du théorème appelée contraposée.

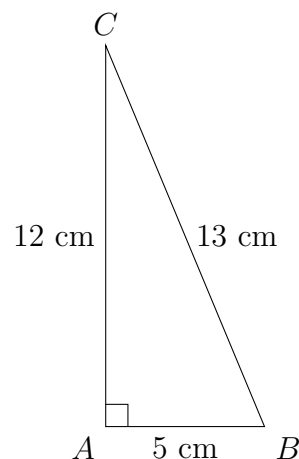
Exemple résolu – Deux tests de longueurs

Un triangle DEF a pour côtés $DE = 6$ cm, $DF = 8$ cm et $EF = 10$ cm. Le plus grand côté est EF . On calcule séparément

$$EF^2 = 100, \quad DE^2 + DF^2 = 36 + 64 = 100.$$

Les résultats sont égaux : par la réciproque, le triangle est rectangle en D . Avec des longueurs 6, 8 et 11 cm, on aurait $11^2 = 121 \neq 100$; ce second triangle ne serait pas rectangle.

La place de chaque côté



Le dessin reprend le premier exemple. L'hypoténuse est en face du petit carré indiquant l'angle droit, et non nécessairement en position horizontale ou verticale.

Méthode – Enchaîner deux triangles

Dans une figure comportant plusieurs triangles rectangles, une longueur calculée dans le premier peut devenir une donnée du second. Écrire une égalité de Pythagore pour chaque triangle, avec ses propres sommets, évite de mélanger des côtés appartenant à des triangles différents.

À retenir – Bilan

Angle droit connu : utiliser le théorème pour calculer. Trois côtés connus : comparer les carrés pour prouver ou exclure un angle droit. Toujours conclure par une longueur avec son unité, ou par le nom du sommet de l'angle droit.
