Chapitre 09 – Cours

Cosinus dans le triangle rectangle

Dans ce chapitre, tu vas apprendre à :

- Identifier adjacent et hypoténuse
- Calculer une longueur par le cosinus
- Déterminer un angle aigu

Nommer les côtés par rapport à un angle

Définition – Adjacent et hypoténuse

Dans un triangle rectangle, l'hypoténuse est opposée à l'angle droit. Pour un angle aigu choisi, le côté adjacent est le côté qui touche cet angle et qui n'est pas l'hypoténuse. Si l'on change d'angle aigu, le côté adjacent change ; l'hypoténuse reste la même.

Définition – Cosinus d'un angle aigu

Dans le triangle ABC rectangle en A, pour l'angle $\widehat{ABC}$, on a

$$\cos(\widehat{ABC}) = \frac{AB}{BC} = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}.$$

Les deux longueurs sont mesurées dans la même unité. Le quotient n'a pas d'unité et dépend seulement de la mesure de l'angle.

Propriété – Un quotient entre 0 et 1

Pour un angle aigu, le côté adjacent est positif et plus petit que l'hypoténuse. Son cosinus est donc strictement compris entre 0 et 1. Un quotient supérieur à 1 indique qu'on a probablement inversé les côtés ou mal identifié l'hypoténuse.

Calculer une longueur

Exemple résolu – Une échelle contre un mur

Une échelle de 5 m forme un angle de 60° avec un sol horizontal. Le mur est vertical : le triangle est rectangle au pied du mur. La distance d entre le pied de l'échelle et le mur est adjacente à l'angle de 60°. L'échelle est l'hypoténuse. Donc

$$\cos 60^\circ = \frac{d}{5}, \qquad d = 5\cos 60^\circ = 2{,}5 \text{ m}.$$

La distance trouvée est bien inférieure à la longueur de l'échelle.

Méthode – Isoler la longueur demandée

Écrire d'abord le rapport avec les noms des côtés, puis remplacer les données. Si l'inconnue est au numérateur, multiplier par l'hypoténuse. Si l'inconnue est au dénominateur, l'isoler à partir de l'égalité : $\cos\alpha = \frac{a}{h}$ donne $h = \frac{a}{\cos\alpha}$. La calculatrice doit être réglée en degrés.

Calculer une mesure d'angle

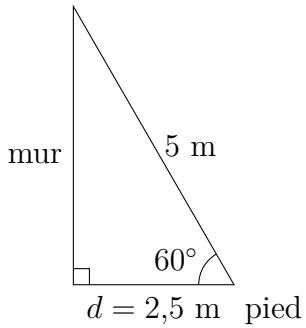
Exemple résolu – Retrouver un angle

Dans un triangle rectangle, un angle aigu α a un côté adjacent de 6 cm et une hypoténuse de 10 cm. On obtient

$$\cos\alpha = \frac{6}{10} = 0{,}6.$$

La fonction réciproque du cosinus sur la calculatrice, souvent notée $\cos^{-1}$ ou arccos, donne $\alpha \approx 53{,}1^\circ$. Ce symbole ne signifie pas $1/\cos$. L'autre angle aigu mesure environ $90 - 53{,}1 = 36{,}9^\circ$, car les deux angles aigus sont complémentaires.

Le triangle de l'échelle



À retenir – Bilan

Le cosinus relie l'angle aigu, le côté adjacent et l'hypoténuse d'un triangle rectangle. Identifier ces trois éléments avant de calculer. Garder les valeurs non arrondies jusqu'à la dernière étape, puis annoncer l'arrondi demandé.