

Chapitre 10 – Cours

Translations, repérage et théorème de Thalès

Dans ce chapitre, tu vas apprendre à :

- Décrire une translation et calculer des coordonnées images
- Calculer une longueur dans une configuration de Thalès emboîtée
- Démontrer un parallélisme par la réciproque

Déplacer une figure sans la tourner

Définition – Translation

La translation qui transforme A en B déplace chaque point dans la direction, le sens et de la longueur de A vers B . Tous les points subissent le même déplacement. Une translation conserve les longueurs, les angles, les aires, l'alignement et le parallélisme. L'image d'un segment est un segment parallèle de même longueur.

Propriété – Coordonnées d'une image

Dans un repère, si le déplacement ajoute a à l'abscisse et b à l'ordonnée, l'image de $M(x; y)$ est $M'(x+a; y+b)$. Un déplacement vers la gauche correspond à un nombre négatif ajouté à l'abscisse ; vers le bas, à un nombre négatif ajouté à l'ordonnée.

Exemple résolu – Déplacer trois points

La translation transforme $A(1; 2)$ en $B(4; 1)$. Le déplacement ajoute $4 - 1 = 3$ à l'abscisse et $1 - 2 = -1$ à l'ordonnée. L'image de $M(-2; 5)$ est donc

$$M'(-2 + 3; 5 - 1) = M'(1; 4).$$

Celle de $N(0; -1)$ est $N'(3; -2)$. Le même déplacement est appliqué aux deux points ; la longueur du segment MN est conservée.

Calculer dans des triangles emboîtés

Propriété – Théorème de Thalès

Dans le triangle ABC , si M appartient à $[AB]$, N appartient à $[AC]$ et (MN) est parallèle à (BC) , alors

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}.$$

Les rapports comparent les côtés du petit triangle aux côtés correspondants du grand. Les trois rapports doivent être écrits dans le même sens.

Exemple résolu – Une longueur puis un contrôle de parallélisme

On a $AB = 6$ cm, $AC = 9$ cm, $BC = 7,5$ cm et $AM = 4$ cm, avec $(MN) \parallel (BC)$. Thalès donne un rapport $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$. Ainsi

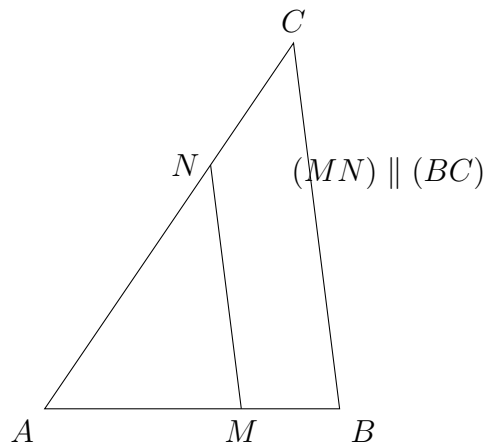
$$AN = 9 \times \frac{2}{3} = 6 \text{ cm}, \quad MN = 7,5 \times \frac{2}{3} = 5 \text{ cm}.$$

Inversement, si $M \in [AB]$ et $N \in [AC]$ vérifient $AM = 4$ et $AN = 6$, les rapports $\frac{4}{6}$ et $\frac{6}{9}$ sont égaux. La réciproque de Thalès permet alors d'affirmer $(MN) \parallel (BC)$.

Propriété – Réciproque dans le triangle

Pour $M \in [AB]$ et $N \in [AC]$, distincts de A , si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, alors $(MN) \parallel (BC)$. Les appartenances aux segments garantissent ici que les points sont dans le même ordre depuis A . Une égalité de rapports sans contrôle des alignements ne suffit pas.

Repérer les côtés correspondants



Les côtés AM et AB sont sur la même droite, comme AN et AC . Le troisième couple est MN et BC .

À retenir – Bilan

Une translation applique un même déplacement à tous les points. Thalès relie les longueurs de triangles ayant des côtés parallèles. Le théorème calcule une longueur ; la réciproque démontre un parallélisme.
