Chapitre 11 – Cours

Espace, volumes et grandeurs

Dans ce chapitre, tu vas apprendre à :

- Reconnaître et représenter des solides
- Calculer volumes et conversions
- Comprendre les effets d'une réduction

Reconnaître les solides

Définition – Prisme, cylindre, pyramide et cône

Un prisme droit possède deux bases polygonales superposables et parallèles ; ses faces latérales sont des rectangles. Un cylindre de révolution possède deux bases circulaires. Une pyramide possède une base polygonale et des faces latérales triangulaires qui rejoignent un sommet. Un cône de révolution possède une base circulaire et un sommet.

Définition – Hauteur

La hauteur d'un solide mesure la distance perpendiculaire entre les plans de ses bases, ou entre son sommet et le plan de sa base. Elle ne se confond pas toujours avec une arête ou un côté incliné. Dans une représentation en perspective, des arêtes parallèles dans l'espace peuvent paraître obliques sur la feuille.

Calculer un volume

Propriété – Formules

Si B désigne l'aire de la base et h la hauteur, exprimées avec des unités compatibles :

$$V_{\text{prisme ou cylindre}} = Bh, \qquad V_{\text{pyramide ou cône}} = \frac{Bh}{3}.$$

Pour une base rectangulaire, $B = L\ell$; pour une base circulaire de rayon r, $B = \pi r^2$. Une aire en cm^2 multipliée par une hauteur en cm donne un volume en cm^3.

Exemple résolu – Un réservoir cylindrique

Un réservoir a un rayon intérieur de 2 dm et une hauteur intérieure de 5 dm. L'aire de sa base vaut $\pi \times 2^2 = 4\pi$ dm^2. Son volume intérieur est

$$V = 4\pi \times 5 = 20\pi \text{ dm}^3 \approx 62{,}8 \text{ dm}^3.$$

Comme 1 dm^3 = 1 L, il contient environ 62,8 L lorsqu'il est plein. On a utilisé le rayon, et non le diamètre de 4 dm, dans la formule.

Convertir et réduire

Propriété – Unités de volume

Un cube de côté 1 dm a un côté de 10 cm : il contient $10 \times 10 \times 10 = 1\,000$ cm^3. Ainsi 1 dm^3 = 1 000 cm^3 et 1 m^3 = 1 000 dm^3. De plus, 1 cm^3 = 1 mL. À chaque changement d'unité cubique voisine, le facteur est 1 000.

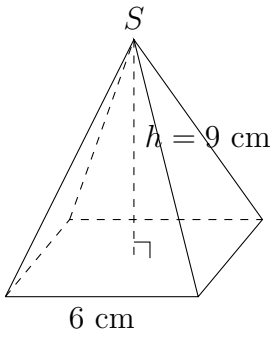
Exemple résolu – La maquette d'une pyramide

Une pyramide possède une base carrée de côté 6 cm et une hauteur de 9 cm. Son volume vaut

$$V = \frac{6^2 \times 9}{3} = 108 \text{ cm}^3.$$

On divise toutes les longueurs par 3 : la nouvelle base a un côté de 2 cm et la nouvelle hauteur est 3 cm. Le nouveau volume est $\frac{2^2 \times 3}{3} = 4$ cm^3. Le rapport des volumes est $\frac{4}{108} = \frac{1}{27} = (\frac{1}{3})^3$.

Voir base et hauteur



La hauteur en pointillés est perpendiculaire à la base. Elle est intérieure à cette pyramide ; ce n'est pas une arête latérale.

À retenir – Bilan

Identifier le solide, calculer l'aire de sa base, puis utiliser sa hauteur. Convertir les longueurs avant le calcul. Si toutes les longueurs sont multipliées par $k > 0$, les aires sont multipliées par k^2 et les volumes par k^3.