Chapitre 04 – Corrections

Carrés, cubes et calcul littéral

20 exercices progressifs – Solutions détaillées

Exercice 1 – Entraînement 01 — Carrés

Un carré est le produit du nombre par lui-même : $7^2 = 7 \times 7 = 49$ et $12^2 = 12 \times 12 = 144$.

Exercice 2 – Entraînement 02 — Cubes

$3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ et $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$. Le cube comporte trois facteurs égaux.

Exercice 3 – Entraînement 03 — Cube de dix

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$. Inversement, 1 000 est le cube de 10 et s'écrit 10^3. L'exposant 3 indique trois facteurs égaux.

Exercice 4 – Entraînement 04 — Deux écritures d'un nombre

$4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ et $8^2 = 8 \times 8 = 64$. Ainsi $64 = 8^2 = 4^3$. Les deux puissances ont des bases et des exposants différents, mais la même valeur.

Exercice 5 – Entraînement 05 — Périmètre

Les trois côtés ont pour longueur a. Le périmètre vaut $a + a + a = 3a$. La formule donne une longueur dans la même unité que a.

Exercice 6 – Entraînement 06 — Substitution

On remplace chaque x par 3 : $5 \times 3 + 4 = 15 + 4 = 19$.

Exercice 7 – Entraînement 07 — Une puissance dans une formule

$5^2 + 2 \times 5 = 25 + 10 = 35$. On calcule la puissance et le produit avant l'addition.

Exercice 8 – Entraînement 08 — Réduire

La distributivité donne $3x + 4x = (3 + 4)x = 7x$. L'expression réduite est $7x + 2$.

Exercice 9 – Entraînement 09 — Décimaux

Les termes en x donnent $(2{,}5 + 1{,}5)x = 4x$, et les constantes $3 + 7 = 10$. Le résultat est $4x + 10$.

Exercice 10 – Entraînement 10 — Développer

On multiplie chacun des deux termes par 3 : $3(x + 5) = 3x + 3 \times 5 = 3x + 15$.

Exercice 11 – Entraînement 11 — Différence

La distributivité sur une différence donne $4x - 4 \times 2 = 4x - 8$. Les deux termes sont multipliés par 4.

Exercice 12 – Entraînement 12 — Factoriser

On écrit $18 = 6 \times 3$. Le facteur commun 6 donne $6x + 18 = 6(x + 3)$.

Exercice 13 – Entraînement 13 — Structure

$5(x + 2)$ est un produit dont les facteurs sont 5 et $x + 2$. $5x + 2$ est une somme de deux termes, $5x$ et 2.

Exercice 14 – Entraînement 14 — Tester

Pour 4, $2 \times 4 + 3 = 11$, donc oui. Pour 5, $2 \times 5 + 3 = 13 \neq 11$, donc non. L'égalité dépend ici de la valeur choisie.

Exercice 15 – Entraînement 15 — Erreur

Il faut multiplier également 3 par 2 : $2(x + 3) = 2x + 6$. Pour $x = 1$, les valeurs 8 et 5 confirment l'erreur de l'affirmation initiale.

Exercice 16 – Approfondissement 16 — Démontrer une identité

On développe le membre de gauche : $3(x + 4) + 2x = 3x + 12 + 2x$. En regroupant les termes en x, il devient $5x + 12$, exactement le membre de droite. Le raisonnement ne dépend d'aucun essai particulier.

Exercice 17 – Approfondissement 17 — Contour variable

Le périmètre est $2(x + 2) + 2 \times 3 = 2x + 4 + 6 = 2x + 10$. Pour $x = 4$, il vaut $8 + 10 = 18$. Le contrôle avec les côtés 6 et 3 donne aussi $2(6 + 3) = 18$.

Exercice 18 – Approfondissement 18 — Contre-exemple

Choisissons $x = 4$, qui est positif. Alors $x^2 = 16$ tandis que $x + 2 = 6$. Comme $16 \neq 6$, cet unique contre-exemple suffit à réfuter l'affirmation.

Exercice 19 – Approfondissement 19 — Motif évolutif

Les premiers effectifs sont 4, 7, 10. Après le premier carré, les $n - 1$ carrés ajoutés utilisent chacun 3 allumettes. Le total est donc $4 + 3(n - 1) = 4 + 3n - 3 = 3n + 1$. Pour 10 carrés, on obtient $3 \times 10 + 1 = 31$ allumettes. La formule est justifiée par la construction du motif.

Exercice 20 – Approfondissement 20 — Deux programmes

A donne $4x + 12$. B donne $4(x + 3)$, qui se développe en $4x + 12$. L'identité issue de la distributivité prouve que les sorties sont égales pour toutes les entrées admissibles.