

Chapitre 09 – Corrections

Symétrie centrale et parallélogrammes

20 exercices progressifs – Solutions détaillées

Exercice 1 – Entraînement 01 — Définition

O est le milieu de AA' : A, O, A' sont alignés et $OA = OA'$, avec A et A' de part et d'autre de O si A est distinct de O.

Exercice 2 – Entraînement 02 — Image du centre

Le centre reste fixe lors du demi-tour. Son image est donc O lui-même ; la distance à O demeure nulle.

Exercice 3 – Entraînement 03 — Construction

Tracer la droite AO. Sur la demi-droite issue de O opposée à A, reporter 3 cm et placer A'. Alors O est le milieu de AA' .

Exercice 4 – Entraînement 04 — Longueur image

La symétrie centrale conserve les longueurs. Ainsi $A'B' = AB = 7,2$ cm.

Exercice 5 – Entraînement 05 — Angle image

Les angles sont conservés par symétrie centrale, donc $\widehat{A'B'C'} = 56^\circ$. Le sommet image est bien B'.

Exercice 6 – Entraînement 06 — Droite image

C'est une droite parallèle à d et distincte de d. On la construit en prenant les images de deux points de d puis en les reliant.

Exercice 7 – Entraînement 07 — Parallélogramme

Les côtés opposés sont parallèles deux à deux. Par définition, ABCD est un parallélogramme.

Exercice 8 – Entraînement 08 — Côtés opposés

Dans un parallélogramme, les côtés opposés ont même longueur : $CD = AB = 6$ cm et $DA = BC = 4$ cm.

Exercice 9 – Entraînement 09 — Diagonales

Les diagonales se coupent en leur milieu. O est donc milieu de AC et $AO = 10 \div 2 = 5$ cm.

Exercice 10 – Entraînement 10 — Reconnaître par les milieux

O est le milieu de chacune des deux diagonales. Un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leur milieu est un parallélogramme.

Exercice 11 – Entraînement 11 — Construire le quatrième sommet

Tracer par A la parallèle à BC, puis par C la parallèle à AB. Leur intersection est D. Les côtés opposés sont ainsi parallèles deux à deux.

Exercice 12 – Entraînement 12 — Rectangle

Un parallélogramme qui possède un angle droit est un rectangle. Les angles voisins sont supplémentaires et les opposés égaux, donc les quatre sont droits.

Exercice 13 – Entraînement 13 — Losange

Les côtés opposés sont déjà égaux. L'égalité des deux côtés consécutifs entraîne donc l'égalité des quatre côtés : c'est un losange.

Exercice 14 – Entraînement 14 — Diagonales égales

Dans un parallélogramme, l'égalité des diagonales caractérise le rectangle. On conclut que c'est un rectangle, éventuellement un carré si d'autres conditions sont connues.

Exercice 15 – Entraînement 15 — Diagonales perpendiculaires

Pour un parallélogramme, des diagonales perpendiculaires caractérisent un losange. Il peut aussi être carré, mais cela demanderait une information supplémentaire.

Exercice 16 – Approfondissement 16 — Double caractérisation

Le même milieu donne un parallélogramme. Dans ce parallélogramme, les diagonales égales donnent un rectangle et les diagonales perpendiculaires un losange. Il est à la fois rectangle et losange : c'est un carré.

Exercice 17 – Approfondissement 17 — Centre dans un repère

Le déplacement horizontal est 8, dont la moitié est 4 : l'abscisse du milieu est $-3 + 4 = 1$. Le déplacement vertical est -4 , dont la moitié est -2 : l'ordonnée est $2 - 2 = 0$. Ainsi $O(1; 0)$.

Exercice 18 – Approfondissement 18 — Aire image

L'aire du triangle initial est $9 \times 4 \div 2 = 18 \text{ cm}^2$. Le demi-tour conserve les aires, donc l'image possède également une aire de 18 cm^2 .

Exercice 19 – Approfondissement 19 — Information insuffisante

Non. Placer $A(0; 3), B(2; 0), C(0; -1), D(-2; 0)$. Les diagonales sont verticale et horizontale, donc perpendiculaires, mais leur intersection n'est pas le milieu de AC. Ce quadrilatère n'est pas un

parallélogramme et ne peut donc pas être un losange.

Exercice 20 – Approfondissement 20 — Construire par symétrie

Construire C sur AO avec O milieu de AC , puis D sur BO avec O milieu de BD . Les diagonales AC et BD du quadrilatère $ABCD$ se coupent donc en leur milieu O . Cette caractérisation prouve que $ABCD$ est un parallélogramme.