

Chapitre 01 – Exercices

Arithmétique des entiers et congruences

20 exercices progressifs

Exercice 1 – Algorithme d'Euclide

Calculer $\gcd(84, 30)$ puis simplifier $84/30$.

Exercice 2 – Algorithme d'Euclide

Calculer $\gcd(105, 42)$ puis simplifier $105/42$.

Exercice 3 – Algorithme d'Euclide

Calculer $\gcd(144, 60)$ puis simplifier $144/60$.

Exercice 4 – Algorithme d'Euclide

Calculer $\gcd(221, 85)$ puis simplifier $221/85$.

Exercice 5 – Algorithme d'Euclide

Calculer $\gcd(252, 105)$ puis simplifier $252/105$.

Exercice 6 – Bézout et inverse

Trouver un inverse de 5 modulo 12 et une identité de Bézout.

Exercice 7 – Bézout et inverse

Trouver un inverse de 7 modulo 15 et une identité de Bézout.

Exercice 8 – Bézout et inverse

Trouver un inverse de 8 modulo 21 et une identité de Bézout.

Exercice 9 – Bézout et inverse

Trouver un inverse de 11 modulo 24 et une identité de Bézout.

Exercice 10 – Bézout et inverse

Trouver un inverse de 13 modulo 30 et une identité de Bézout.

Exercice 11 – Équation diophantienne

L'équation $12x + 18y = 1$ admet-elle des solutions entières ?

Exercice 12 – Équation diophantienne

L'équation $15x + 25y = 1$ admet-elle des solutions entières ?

Exercice 13 – Équation diophantienne

L'équation $21x + 14y = 1$ admet-elle des solutions entières ?

Exercice 14 – Équation diophantienne

L'équation $16x + 24y = 1$ admet-elle des solutions entières ?

Exercice 15 – Équation diophantienne

L'équation $18x + 30y = 1$ admet-elle des solutions entières ?

Exercice 16 – Approfondissement : Euclide

Prouver que $\gcd(a, b) = \gcd(b, a - qb)$ pour $q \in \mathbb{Z}$.

Exercice 17 – Approfondissement : Gauss

Si $a \mid bc$ et $\gcd(a, b) = 1$, prouver $a \mid c$.

Exercice 18 – Approfondissement : solutions complètes

Résoudre $3x + 5y = 1$ dans $\mathbb{Z}^2$.

Exercice 19 – Approfondissement : Fermat

Calculer le reste de 2^{100} modulo 7.

Exercice 20 – Approfondissement : infinité des premiers

Prouver qu'il existe une infinité de nombres premiers.