

Chapitre 02 – Exercices

Structures algébriques : groupes, anneaux et corps

20 exercices progressifs

Exercice 1 – Groupe additif

Donner le neutre et l'opposé de $\bar{2}$ dans $(\mathbb{Z}/3\mathbb{Z}, +)$.

Exercice 2 – Groupe additif

Donner le neutre et l'opposé de $\bar{2}$ dans $(\mathbb{Z}/4\mathbb{Z}, +)$.

Exercice 3 – Groupe additif

Donner le neutre et l'opposé de $\bar{2}$ dans $(\mathbb{Z}/5\mathbb{Z}, +)$.

Exercice 4 – Groupe additif

Donner le neutre et l'opposé de $\bar{2}$ dans $(\mathbb{Z}/6\mathbb{Z}, +)$.

Exercice 5 – Groupe additif

Donner le neutre et l'opposé de $\bar{2}$ dans $(\mathbb{Z}/8\mathbb{Z}, +)$.

Exercice 6 – Inversibles

Lister les classes inversibles de l'anneau $\mathbb{Z}/4\mathbb{Z}$.

Exercice 7 – Inversibles

Lister les classes inversibles de l'anneau $\mathbb{Z}/6\mathbb{Z}$.

Exercice 8 – Inversibles

Lister les classes inversibles de l'anneau $\mathbb{Z}/8\mathbb{Z}$.

Exercice 9 – Inversibles

Lister les classes inversibles de l'anneau $\mathbb{Z}/9\mathbb{Z}$.

Exercice 10 – Inversibles

Lister les classes inversibles de l'anneau $\mathbb{Z}/10\mathbb{Z}$.

Exercice 11 – Sous-groupe de $\mathbb{Z}$

Montrer que $2\mathbb{Z}$ est un sous-groupe de $(\mathbb{Z}, +)$.

Exercice 12 – Sous-groupe de $\mathbb{Z}$

Montrer que $3\mathbb{Z}$ est un sous-groupe de $(\mathbb{Z}, +)$.

Exercice 13 – Sous-groupe de $\mathbb{Z}$

Montrer que $4\mathbb{Z}$ est un sous-groupe de $(\mathbb{Z}, +)$.

Exercice 14 – Sous-groupe de $\mathbb{Z}$

Montrer que $5\mathbb{Z}$ est un sous-groupe de $(\mathbb{Z}, +)$.

Exercice 15 – Sous-groupe de $\mathbb{Z}$

Montrer que $6\mathbb{Z}$ est un sous-groupe de $(\mathbb{Z}, +)$.

Exercice 16 – Approfondissement : critère

Pourquoi une partie non vide H d'un groupe additif G , stable par différence, est-elle un sous-groupe ?

Exercice 17 – Approfondissement : contre-exemple

Les entiers naturels forment-ils un sous-groupe de $\mathbb{Z}$?

Exercice 18 – Approfondissement : corps

Pourquoi $\mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$ est-il un corps, contrairement à $\mathbb{Z}/6\mathbb{Z}$?

Exercice 19 – Approfondissement : morphisme

Étudier le morphisme $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$, $f(n) = 3n$.

Exercice 20 – Approfondissement : intersection

Montrer que l'intersection de deux sous-groupes est un sous-groupe.