

Chapitre 2 – Corrections

Statistiques bivariées : nuages de points et ajustements

20 exercices progressifs – Solutions détaillées

Exercice 1 – Couples

Les couples sont $(1; 4)$, $(2; 6)$, $(3; 8)$; on associe les valeurs de même rang.

Exercice 2 – Moyennes

$\bar{x} = 2$ et $\bar{y} = 5$.

Exercice 3 – Point moyen

$\bar{x} = 3$, $\bar{y} = 6$, donc $G(3; 6)$.

Exercice 4 – Coefficient directeur

$a = (16 - 7)/(5 - 2) = 9/3 = 3$.

Exercice 5 – Équation d'ajustement

Avec $a = 3$, $7 = 3 \times 2 + b$ donne $b = 1$. L'équation est $y = 3x + 1$.

Exercice 6 – Préviation

$y = 2,5 \times 8 + 10 = 30$.

Exercice 7 – Interpolation

Oui, car 7 appartient à l'intervalle observé $[2; 12]$.

Exercice 8 – Extrapolation

C'est une extrapolation, puisque 20 est en dehors du domaine des observations. Elle est plus incertaine.

Exercice 9 – Résidu

Le résidu vaut $20 - 18 = 2$.

Exercice 10 – Point sur la droite

Oui : $2 \times 4 + 3 = 11$.

Exercice 11 – Tendence décroissante

Quand x augmente d'une unité, la valeur prévue de y diminue de 4 unités. Cela décrit le modèle, non une causalité démontrée.

Exercice 12 – Retrouver une abscisse

$$5x + 2 = 37 \iff x = 7.$$

Exercice 13 – Deux groupes moyens

$$a = (16 - 8)/(6 - 2) = 2, \text{ puis } b = 8 - 2 \times 2 = 4. \text{ Droite : } y = 2x + 4.$$

Exercice 14 – Graphique trompeur

Une origine tronquée ou des échelles différentes peuvent amplifier ou atténuer visuellement les écarts. Les valeurs numériques doivent être comparées dans leurs unités.

Exercice 15 – Corrélation et causalité

Non. Une variable commune, une coïncidence ou un biais peut expliquer l'association. Une causalité demande des arguments supplémentaires.

Exercice 16 – Approfondissement : ajustement exact

La droite $y = 2x + 5$ passe par les trois points : ses valeurs aux abscisses 0, 2, 5 sont 5, 9, 15.

Exercice 17 – Approfondissement : comparer deux ajustements

Les deux modèles prévoient 10 pour x égal à 3 ; leurs résidus valent chacun 1. Une observation ne permet donc pas de les départager ici.

Exercice 18 – Approfondissement : moyenne des groupes

$$\bar{x} = (4 \times 2 + 6 \times 7)/10 = 5 \text{ et } \bar{y} = (4 \times 5 + 6 \times 10)/10 = 8. \text{ Donc } G(5; 8).$$

Exercice 19 – Approfondissement : limite du modèle

Il donne -60 , impossible pour un effectif. Cela montre qu'on ne peut pas prolonger arbitrairement ce modèle hors de son domaine de validité.

Exercice 20 – Approfondissement : modèle et seuil

$$1,5x + 12 \geq 30 \iff x \geq 12. \text{ Dans le domaine retenu, les abscisses concernées sont } [12; 20].$$