

Chapitre 3 – Corrections

Phénomènes aléatoires : conditionnement et indépendance

20 exercices progressifs – Solutions détaillées

Exercice 1 – Conditionnement

$$P_A(B) = 0,12/0,4 = 0,3.$$

Exercice 2 – Chemin d'arbre

$$P(A \cap B) = 0,6 \times 0,2 = 0,12.$$

Exercice 3 – Probabilité totale

$$0,25 \times 0,8 + 0,75 \times 0,4 = 0,5.$$

Exercice 4 – Condition inverse

L'intersection vaut 0,2, donc $P_B(A) = 0,2/0,5 = 0,4$.

Exercice 5 – Indépendance vérifiée

Oui, car $0,3 \times 0,4 = 0,12 = P(A \cap B)$.

Exercice 6 – Indépendance réfutée

$P(A)P(B) = 0,3 \neq 0,2$: A et B ne sont pas indépendants.

Exercice 7 – Condition constante

A et B sont indépendants : $P(A \cap B) = P(A) \times 0,7 = P(A)P(B)$.

Exercice 8 – Incompatibles

Non : l'intersection vaut 0, tandis que le produit vaut 0,06.

Exercice 9 – Bernoulli

$$1 - 0,35 = 0,65.$$

Exercice 10 – Deux succès

$$0,4^2 = 0,16.$$

Exercice 11 – Un succès puis un échec

$$0,4 \times 0,6 = 0,24.$$

Exercice 12 – Exactement un succès

Les chemins SE et ES ont chacun une probabilité 0,24. Total 0,48.

Exercice 13 – Trois échecs

$$(1 - 0,2)^3 = 0,8^3 = 0,512.$$

Exercice 14 – Au moins un succès

Le contraire est « trois échecs » : $1 - 0,512 = 0,488$.

Exercice 15 – Exactement deux succès

Les trois chemins SSE, SES, ESS ont chacun une probabilité $1/8$. Total $3/8$.

Exercice 16 – Approfondissement : quatre succès

$$0,8^4 = 0,4096.$$

Exercice 17 – Approfondissement : un succès en quatre essais

Il y a quatre positions possibles pour le succès. Chaque chemin pèse $0,3 \times 0,7^3$. Total $4 \times 0,3 \times 0,7^3 = 0,4116$.

Exercice 18 – Approfondissement : deux succès en quatre essais

Les chemins sont SSEE, SESE, SEES, ESSE, ESES, EESS : six chemins de probabilité $1/16$. Total $6/16 = 3/8$.

Exercice 19 – Approfondissement : test fictif

$P(+) = 0,18 + 0,08 = 0,26$. Ainsi $P_+(A) = 0,18/0,26 = 9/13 \approx 69,23\%$. Ne pas confondre avec 90%.

Exercice 20 – Approfondissement : table et indépendance

Leurs probabilités marginales sont 0,3 et 0,4 ; celle de leur intersection vaut 0,12. Le produit $0,3 \times 0,4$ étant égal à 0,12, ils sont indépendants.