

Chapitre 1 – Cours

Information chiffrée : proportions et évolutions

Dans ce chapitre, tu vas apprendre à :

- Maîtriser les automatismes sur les pourcentages et coefficients multiplicateurs.
- Distinguer variation absolue, variation relative et point de pourcentage.
- Interpréter une information chiffrée et repérer une présentation trompeuse.

Les mots pour comprendre

Définition – Une proportion

Une proportion compare une partie à un total : $p = \frac{\text{effectif de la partie}}{\text{effectif total}}$, lorsque le total est non nul.

Définition – Le taux d'évolution

Pour une valeur initiale non nulle, $t = \frac{V_f - V_i}{V_i}$. Le coefficient multiplicateur est $1 + t$.

1. Lire une information avant de calculer

Une donnée chiffrée ne se comprend qu'avec sa population, sa période, son unité et sa source. Un pourcentage décrit soit une proportion, soit une évolution ; il faut identifier sa référence.

« Les participants représentent 30% des élèves » ne signifie pas que leur nombre a augmenté de 30%. Un graphique tronqué peut amplifier visuellement un écart sans changer les valeurs : l'origine et l'échelle des axes sont toujours à examiner.

La proportion d'une partie d'effectif a dans un total $N > 0$ vaut a/N . Pour obtenir $p\%$ d'une quantité, on la multiplie par $p/100$.

Si la partie et sa proportion non nulle sont connues, on retrouve le total en divisant. Pour des sous-populations emboîtées, les proportions se multiplient ; la réponse doit rappeler la population finale de référence.

2. Décrire une évolution

Pour des valeurs initiale $V_i > 0$ et finale V_f , la variation absolue vaut $V_f - V_i$, dans l'unité de la grandeur.

Le taux d'évolution vaut $t = (V_f - V_i)/V_i$; il n'a pas d'unité et s'exprime souvent en pourcentage. Le coefficient multiplicateur $c = V_f/V_i = 1 + t$ relie directement les valeurs par $V_f = cV_i$.

Une hausse de 7% correspond au facteur 1,07 ; une baisse de 7% au facteur 0,93. Pour retrouver la valeur initiale, on utilise $V_i = V_f/c$ lorsque $c \neq 0$.

Une variation relative à partir de zéro ne peut pas être calculée avec cette formule.

3. Composer et inverser

Deux évolutions de taux t_1 et t_2 ont pour coefficient global $(1 + t_1)(1 + t_2)$. Leur taux global est ce produit moins 1.

Ainsi les hausses et les baisses ne s'additionnent pas généralement : +20% puis -20% donnent le facteur 0,96, soit une baisse globale de 4%. L'évolution qui annule un facteur $c > 0$ utilise son inverse $1/c$.

Son taux vaut $1/c - 1$. Il faut donc augmenter de 25% pour annuler une baisse de 20%, et non de 20%.

Un contrôle par une valeur initiale fictive de 100 aide à vérifier le résultat.

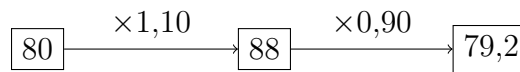
4. Comparer des taux

Une part passant de 40% à 50% augmente de 10 points de pourcentage. Relativement à son niveau initial, sa hausse est $(50 - 40)/40 = 25\%$.

Ces expressions décrivent deux mesures différentes du même changement. Dans un groupe formé de sous-groupes de tailles différentes, le taux global est pondéré par les effectifs.

La moyenne simple des taux n'est pertinente que lorsque les tailles sont égales. On justifie enfin les arrondis, on conserve les coefficients exacts pendant les calculs et on distingue explicitement les faits observés des hypothèses de projection.

Voir la notion



Au total : $\times 0,99$, donc baisse de 1%.

Ce schéma donne un exemple concret de la notion. Les indications permettent de relier le dessin et les écritures mathématiques.

Deux exemples, pas à pas

Exemple résolu – 1 – Coefficient de hausse

Question. Donner le coefficient multiplicateur d'une hausse de 6%.

Résolution. $1 + 0,06 = 1,06$.

Exemple résolu – 2 – Évolution négative

Question. Une valeur passe de 160 à 136. Donner son taux d'évolution.

Résolution. $(136 - 160)/160 = -0,15$, soit une baisse de 15%.
