Chapitre 5 – Exercices

Modélisation quadratique : paraboles et optimisation

20 exercices progressifs

Exercice 1 – Identifier le degré

Parmi $2x^2 - 3x + 1$, $5x + 2$ et $-x^2 + 4$, quelles expressions sont quadratiques ?

Exercice 2 – Calcul d'images

Pour $f(x) = x^2 - 4x + 5$, calculer $f(0), f(2), f(4)$.

Exercice 3 – Écriture avec un carré

Vérifier $x^2 - 4x + 5 = (x - 2)^2 + 1$.

Exercice 4 – Minimum

Déterminer le minimum de $f(x) = (x - 2)^2 + 1$ sur $\mathbb{R}$.

Exercice 5 – Maximum

Déterminer le maximum de $g(x) = 12 - (x - 4)^2$ sur $\mathbb{R}$.

Exercice 6 – Axe de symétrie

Donner l'axe de symétrie de $f(x) = (x + 3)^2 - 2$.

Exercice 7 – Équation carrée

Résoudre $(x - 1)^2 = 9$.

Exercice 8 – Équation impossible

Résoudre $(x + 2)^2 = -1$ sur $\mathbb{R}$.

Exercice 9 – Produit nul

Résoudre $(x - 2)(x - 7) = 0$.

Exercice 10 – Signe du produit

Résoudre $(x - 2)(x - 7) \leq 0$.

Exercice 11 – Comparer des images

Pour $f(x) = (x-3)^2 + 4$, comparer $f(1)$ et $f(5)$.

Exercice 12 – Tableau

Calculer x^2 pour $x = -2, -1, 0, 1, 2$ et décrire les variations visibles.

Exercice 13 – Aire

Un rectangle a pour côtés x et $8 - x$. Exprimer son aire et préciser le domaine non dégénéré.

Exercice 14 – Aire maximale

Vérifier que $A(x) = 8x - x^2$ vaut $16 - (x-4)^2$, puis déterminer son maximum sur $]0; 8[$.

Exercice 15 – Modèle de hauteur

Une hauteur fictive suit $h(t) = 9 - (t-3)^2$ pour $0 \leq t \leq 6$. À quels instants est-elle nulle ?

Exercice 16 – Approfondissement : seuil

Résoudre $(x-4)^2 + 3 \leq 12$.

Exercice 17 – Approfondissement : domaine restreint

Déterminer le minimum de $(x-3)^2 + 2$ sur $[5; 8]$.

Exercice 18 – Approfondissement : deux formes

Développer $(x-1)(x-5)$ puis montrer qu'il s'écrit $(x-3)^2 - 4$.

Exercice 19 – Approfondissement : aire cible

Un rectangle a pour côtés x et $10 - x$. Pour quelles valeurs de x son aire vaut-elle 21 ?

Exercice 20 – Approfondissement : bénéfice fictif

Un modèle de bénéfice est $B(x) = 25 - (x-6)^2$ pour $0 \leq x \leq 12$. Déterminer les valeurs de x donnant un bénéfice positif ou nul et le bénéfice maximal.