

Chapitre 02 – Corrections

Polynômes du second degré

20 exercices progressifs – Solutions détaillées

Exercice 1 – Coefficients

$a = -2$, $b = 3$, $c = -7$: le degré est bien 2 car $a \neq 0$.

Exercice 2 – Forme canonique

$$x^2 - 8x + 13 = (x - 4)^2 - 16 + 13 = (x - 4)^2 - 3.$$

Exercice 3 – Sommet

Le sommet est $(-1; -5)$ et le minimum vaut -5 , car $2(x + 1)^2 \geq 0$.

Exercice 4 – Maximum

$-3(x - 2)^2 \leq 0$, donc $g(x) \leq 7$: maximum 7 en $x = 2$.

Exercice 5 – Racines évidentes

On reconnaît $(x - 3)(x - 4)$: $S = \{3; 4\}$.

Exercice 6 – Discriminant positif

$\Delta = 25 - 16 = 9$. Racines $(5 \pm 3)/4$, soit $1/2$ et 2 .

Exercice 7 – Racine double

$(3x - 2)^2 = 0$, donc $x = 2/3$. Le discriminant est nul.

Exercice 8 – Aucune racine réelle

$(x + 1)^2 + 4 > 0$ pour tout réel ; aucune solution réelle.

Exercice 9 – Signe positif

Les racines sont -4 et 2 , le coefficient dominant est positif : $S =]-\infty; -4] \cup [2; +\infty[$.

Exercice 10 – Coefficient négatif

Le polynôme est positif entre ses racines : $S =]1; 5[$. Les bornes sont exclues.

Exercice 11 – Somme et produit

Ils sont racines de $t^2 - 9t + 20 = (t - 4)(t - 5)$: 4 et 5.

Exercice 12 – Factorisation complète

$3(x^2 - 4x + 3) = 3(x - 1)(x - 3)$. Le facteur 3 est indispensable.

Exercice 13 – Intersections

$x^2 - 3x - 4 = (x - 4)(x + 1) = 0$, donc $x = -1$ ou 4. Points $(-1; 1)$ et $(4; 16)$.

Exercice 14 – Variations

Décroissante sur $] - \infty; 3]$, puis croissante sur $[3; +\infty[$. Minimum 2 en 3.

Exercice 15 – Comparer deux expressions

$x^2 + 1 - 2x = (x - 1)^2 \geq 0$. Égalité seulement pour $x = 1$.

Exercice 16 – Approfondissement : aire

L'autre côté vaut $10 - x$, avec $0 < x < 10$. L'aire vaut $-x^2 + 10x = 25 - (x - 5)^2$. Maximum 25 pour le carré de côté 5.

Exercice 17 – Approfondissement : paramètre

$\Delta = 16 - 4m > 0 \iff m < 4$. Pour $m = 4$, racine double ; pour $m > 4$, aucune racine réelle.

Exercice 18 – Approfondissement : domaine restreint

Le sommet 5 est hors domaine ; la fonction y est décroissante. Minimum en 3, égal à 5.

Exercice 19 – Approfondissement : inéquation

$2x^2 - 3x - 2 = (2x + 1)(x - 2)$. Coefficient dominant positif ; solution $] - 1/2; 2[$.

Exercice 20 – Approfondissement : rectangle

$x^2 + 3x - 40 = (x + 8)(x - 5) = 0$. Seul $x = 5$ est positif. Les dimensions sont 5 et 8.