

Chapitre 03 – Corrections

Nombre dérivé et tangente

20 exercices progressifs – Solutions détaillées

Exercice 1 – Taux moyen

$$[f(3) - f(1)]/(3 - 1) = (9 - 1)/2 = 4.$$

Exercice 2 – Taux décalé

$$\text{Pour } h \neq 0, [(2 + h)^2 - 4]/h = (4h + h^2)/h = 4 + h.$$

Exercice 3 – Nombre dérivé

$$4 + h \text{ tend vers } 4 \text{ lorsque } h \text{ tend vers } 0, \text{ donc } f'(2) = 4.$$

Exercice 4 – Fonction affine

$$(3(a + h) - 7 - (3a - 7))/h = 3. \text{ Donc } f'(a) = 3 \text{ pour tout réel } a.$$

Exercice 5 – Fonction constante

$$[8 - 8]/h = 0 ; \text{ le nombre dérivé est nul en tout point.}$$

Exercice 6 – Tangente au carré

$$f(1) = 1 \text{ et } f'(1) = 2. \text{ Donc } y = 2(x - 1) + 1 = 2x - 1.$$

Exercice 7 – Tangente en un négatif

$$f(-2) = 4 \text{ et } f'(-2) = -4. \text{ Donc } y = -4(x + 2) + 4 = -4x - 4.$$

Exercice 8 – Pente donnée

$$y = -2(x - 3) + 5 = -2x + 11.$$

Exercice 9 – Tangente horizontale

$$y = 0(x - 4) + 7 = 7, \text{ droite horizontale.}$$

Exercice 10 – Lire une pente

$$(8 - 2)/(3 - 1) = 3. \text{ Ce coefficient donne le nombre dérivé au point de tangence.}$$

Exercice 11 – Vérifier une équation

Oui : elle passe par $(2; 4)$ et sa pente 4 vaut $f'(2)$.

Exercice 12 – Approximation

$9 + 6 \times 0,01 = 9,06$. La valeur exacte est 9,0601, l'erreur vaut 0,0001.

Exercice 13 – Unités

La vitesse instantanée à $t = 2$ heures vaut 60 km/h, si le modèle est dérivable.

Exercice 14 – Dérivée et image

$f(4) = 16$ est une ordonnée ; $f'(4) = 8$ est une pente. Ce ne sont pas la même information.

Exercice 15 – Écart à la tangente

$x^2 - (2x - 1) = (x - 1)^2 \geq 0$. La parabole est au-dessus de cette tangente, avec contact en 1.

Exercice 16 – Approfondissement : quotient

Pour $h \neq 0, -1$, $[(1/(1+h)) - 1]/h = -1/(1+h)$, qui tend vers -1 . Donc $f'(1) = -1$.

Exercice 17 – Approfondissement : non-dérivabilité

Le quotient $|h|/h$ vaut 1 à droite et -1 à gauche. Il n'a pas une limite réelle unique.

Exercice 18 – Approfondissement : tangentes parallèles

Il faut $2a = 6$, donc $a = 3$. Le point est $(3; 9)$ et la tangente $y = 6x - 9$.

Exercice 19 – Approfondissement : tangente et point

La tangente vaut $y = 2ax - a^2$. À $x = 0$, $-a^2 = -9$, donc $a = -3$ ou 3 .

Exercice 20 – Approfondissement : erreur

$(a+h)^2 - [a^2 + 2ah] = h^2$. L'erreur est positive ou nulle et d'ordre quadratique en h .