

Chapitre 07 – Corrections

Produit scalaire dans le plan

20 exercices progressifs – Solutions détaillées

Exercice 1 – Coordonnées

$$2 \times 3 + 5 \times (-1) = 1.$$

Exercice 2 – Norme

$$\sqrt{3^2 + 4^2} = 5.$$

Exercice 3 – Orthogonalité

$$12 - 12 = 0 : \text{oui.}$$

Exercice 4 – Angle droit ou non

$$1 \times 2 + 2 \times 1 = 4 \neq 0 : \text{non.}$$

Exercice 5 – Angle connu

$$4 \times 6 \times 1/2 = 12.$$

Exercice 6 – Angle obtus

$$2 \times 5 \times (-1/2) = -5.$$

Exercice 7 – Vecteur opposé

Par linéarité, le résultat vaut $-3 \times 7 = -21$.

Exercice 8 – Distributivité

$$2 + (-5) = -3.$$

Exercice 9 – Carré d'une norme

$$9 + 2 \times 2 + 16 = 29.$$

Exercice 10 – Produit par les normes

$$(5 + 8 - 9)/2 = 2.$$

Exercice 11 – Triangle

$$(25 + 49 - 64)/2 = 5.$$

Exercice 12 – Al-Kashi

$$BC^2 = 4 + 9 - 12 \times 1/2 = 7, \text{ donc } BC = \sqrt{7}.$$

Exercice 13 – Vecteurs issus de points

$$\overrightarrow{AB} = (3; 1) \text{ et } \overrightarrow{AC} = (1; -3) : \text{produit } 3 - 3 = 0.$$

Exercice 14 – Projection

$$\text{Les sens coïncident ; produit } 5 \times 3 = 15.$$

Exercice 15 – Projection opposée

$$\overrightarrow{AH} \text{ est de sens opposé à } \overrightarrow{AB} : \text{le produit vaut } -5 \times 3 = -15.$$

Exercice 16 – Approfondissement : paramètre

$$3t - 12 = 0, \text{ donc } t = 4.$$

Exercice 17 – Approfondissement : angle

$$\text{Produit } 1, \text{ normes } 1 \text{ et } \sqrt{2} : \text{cosinus } 1/\sqrt{2}. \text{ Angle } \pi/4, \text{ soit } 45^\circ.$$

Exercice 18 – Approfondissement : Pythagore vectoriel

Dans la formule du carré de la norme, le terme $2\vec{u} \cdot \vec{v}$ est nul par orthogonalité.

Exercice 19 – Approfondissement : cercle de diamètre

Pour $M(x; y)$, $(-x; -y) \cdot (4 - x; -y) = x^2 - 4x + y^2 = 0$, soit $(x - 2)^2 + y^2 = 4$: cercle de diamètre AB.

Exercice 20 – Approfondissement : médiane

Écrire $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IB}$ et $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AI} - \overrightarrow{IB}$. En additionnant les carrés, les termes croisés s'annulent : $2AI^2 + 2IB^2$. Comme $IB = BC/2$, on obtient la formule.