

Chapitre 10 – Exercices

Variables aléatoires : loi, espérance et dispersion

20 exercices progressifs

Exercice 1 – Loi valide

Les probabilités 0,2, 0,5, 0,3 forment-elles une loi ?

Exercice 2 – Probabilité manquante

X prend trois valeurs de probabilités $1/4, 1/3, p$. Trouver p .

Exercice 3 – Espérance

X prend 0, 2, 5 avec probabilités 0,2, 0,5, 0,3. Calculer $E(X)$.

Exercice 4 – Second moment

Avec la même loi, calculer $E(X^2)$.

Exercice 5 – Variance

En déduire la variance de la même variable.

Exercice 6 – Écart-type

Pour $V(X) = 13/4$, donner $\sigma(X)$.

Exercice 7 – Dé

X est le résultat d'un dé équilibré à six faces. Donner son espérance.

Exercice 8 – Bernoulli

X vaut 1 avec probabilité 0,3 et 0 sinon. Calculer son espérance et sa variance.

Exercice 9 – Décalage

$E(X) = 4$, $V(X) = 9$. Pour $Y = X + 7$, donner espérance et variance.

Exercice 10 – Multiplication

Mêmes données, $Y = -2X$. Donner $E(Y)$, $V(Y)$, $\sigma(Y)$.

Exercice 11 – Gain net

Un ticket coûte 2 euros et rapporte 10 euros avec probabilité $1/5$, rien sinon. Donner l'espérance du gain net.

Exercice 12 – Loi d'une somme

Deux pièces équilibrées indépendantes : X est le nombre de Pile. Donner la loi.

Exercice 13 – Espérance de cette somme

Calculer l'espérance de la variable précédente.

Exercice 14 – Variable constante

X vaut toujours 7. Donner $E(X)$ et $V(X)$.

Exercice 15 – Interpréter une moyenne

Un jeu a une espérance de gain $-0,4$ euro. Cela signifie-t-il perdre 40 centimes à chaque partie ?

Exercice 16 – Approfondissement : mise équitable

Un jeu verse 12 euros avec probabilité $1/6$, rien sinon. Quelle mise rend le jeu équitable ?

Exercice 17 – Approfondissement : même moyenne

X vaut $-1,1$ équiprobablement ; Y vaut $-10,10$ équiprobablement. Comparer.

Exercice 18 – Approfondissement : paramètre

X vaut -2 avec probabilité $1 - p$ et 3 avec probabilité p . Trouver p si $E(X) = 1$.

Exercice 19 – Approfondissement : transformation affine

$E(X) = 5$, $V(X) = 4$. Pour $Y = 3X - 2$, calculer les trois indicateurs.

Exercice 20 – Approfondissement : variance de Bernoulli

Démontrer $V(X) = p(1 - p)$ pour une variable de Bernoulli.