

Chapitre 09 – Corrections

Probabilités conditionnelles et indépendance

20 exercices progressifs – Solutions détaillées

Exercice 1 – Tableau

$P_A(B) = 12/40 = 0,3$, en choisissant uniformément une personne.

Exercice 2 – Intersection

$0,6 \times 0,2 = 0,12$.

Exercice 3 – Branche contraire

$1 - 0,75 = 0,25$: les deux branches issues du même nœud sont complémentaires.

Exercice 4 – Probabilités totales

$P(B) = 0,3 \times 0,8 + 0,7 \times 0,4 = 0,52$.

Exercice 5 – Condition inverse

$P(A \cap B) = 0,24$. Donc $P_B(A) = 0,24/0,52 = 6/13$.

Exercice 6 – Indépendance

Oui, car $0,4 \times 0,5 = 0,2$.

Exercice 7 – Dépendance

$0,1 \neq 0,2$: les événements ne sont pas indépendants.

Exercice 8 – Incompatibilité

Non : leur intersection a une probabilité nulle, différente du produit $0,06$.

Exercice 9 – Deux essais

$0,4^2 = 0,16$.

Exercice 10 – Un seul succès

Deux chemins incompatibles : $2 \times 0,4 \times 0,6 = 0,48$.

Exercice 11 – Au moins un

Par le contraire : $1 - 0,6^2 = 0,64$.

Exercice 12 – Trois essais

Trois chemins sur les huit équiprobables, donc $3/8$.

Exercice 13 – Quatre essais

$$(1/2)^4 = 1/16.$$

Exercice 14 – Probabilité impossible

Non : $A \cap B \subset A$, donc sa probabilité ne peut pas dépasser 0,2.

Exercice 15 – Partition en trois groupes

$$0,2 \times 0,9 + 0,3 \times 0,6 + 0,5 \times 0,4 = 0,56.$$

Exercice 16 – Approfondissement : contrôle

$P(T) = 0,09 + 0,18 = 0,27$, donc $P_T(M) = 0,09/0,27 = 1/3$. On ne confond pas ce résultat avec $P_M(T)$.

Exercice 17 – Approfondissement : paramètre

$$0,32 = 0,4 \times 0,5 + 0,6q ; q = 0,12/0,6 = 0,2.$$

Exercice 18 – Approfondissement : exactement deux

Trois chemins, chacun de probabilité $0,2^2 \times 0,8 = 0,032$. Total 0,096.

Exercice 19 – Approfondissement : indépendance des contraires

$$P(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(A \cap B) = P(A)[1 - P(B)] = P(A)P(\overline{B}).$$

Exercice 20 – Approfondissement : sans remise

$2/5 \times 1/4 = 1/10$. Les tirages ne sont pas indépendants : la probabilité de rouge change après le premier tirage.