

Chapitre 15 – Corrections

Arithmétique : divisibilité, parité et nombres premiers

20 exercices progressifs – Solutions détaillées

Exercice 1 – Division euclidienne

$157 = 12 \times 13 + 1$, avec $0 \leq 1 < 12$: quotient 13, reste 1.

Exercice 2 – Diviseurs

Les paires 1×30 , 2×15 , 3×10 , 5×6 donnent 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30.

Exercice 3 – Critère de divisibilité

La somme des chiffres vaut 15 : divisible par 3, pas par 9. Il se termine par 5 : divisible par 5.

Exercice 4 – Nombre premier

$\sqrt{97} < 10$. Les seuls premiers à tester sont 2, 3, 5, 7 ; aucun ne divise 97. Il est premier.

Exercice 5 – Décomposition

$252 = 4 \times 63 = 2^2 \times 3^2 \times 7$.

Exercice 6 – Fraction irréductible

$150 = 2 \times 3 \times 5^2$ et $210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$. On simplifie par 30 : $150/210 = 5/7$.

Exercice 7 – Parité d'une somme

$(2a + 1) + (2b + 1) = 2(a + b + 1)$ avec $a + b + 1 \in \mathbb{Z}$: la somme est paire.

Exercice 8 – Parité d'un produit

Si le premier entier vaut $2k$, le produit avec m vaut $2(km)$, multiple de 2.

Exercice 9 – Produit d'impairs

Le produit vaut $4ab + 2a + 2b + 1 = 2(2ab + a + b) + 1$: il est impair.

Exercice 10 – Divisibilité et somme

Écrire $a = 7u$, $b = 7v$. Alors $a + b = 7(u + v)$, avec $u + v$ entier.

Exercice 11 – Contre-exemple

Non : 9 est impair et $9 = 3 \times 3$, donc non premier. Un seul contre-exemple suffit.

Exercice 12 – Regroupements

Le nombre de lots doit diviser 48 et 60. Leur plus grand diviseur commun est 12. Chaque lot contient 4 stylos et 5 cahiers.

Exercice 13 – Périodicités

Le plus petit multiple commun positif est 36. Elles clignent de nouveau ensemble après 36 secondes.

Exercice 14 – Reste et programmation

$47 = 6 \times 7 + 5$, donc le reste est 5. Le test `47 % 6 == 0` renvoie `False`.

Exercice 15 – Carrés et parité

Il est pair : si l'entier était impair, son carré serait impair d'après la propriété démontrée. C'est un raisonnement par contraposée.

Exercice 16 – Approfondissement : deux entiers consécutifs

Parmi deux entiers consécutifs, l'un est pair. Le produit comporte donc un facteur pair et est pair.

Exercice 17 – Approfondissement : somme de trois consécutifs

$n + (n + 1) + (n + 2) = 3n + 3 = 3(n + 1)$. L'expression est un multiple de 3.

Exercice 18 – Approfondissement : carré d'impair

$(2k + 1)^2 = 4k(k + 1) + 1$. Le produit $k(k + 1)$ est pair, donc vaut $2q$. Le carré vaut alors $8q + 1$.

Exercice 19 – Approfondissement : primalité

$221 = 13 \times 17$. Les facteurs 13 et 17 sont premiers, donc cette égalité est sa décomposition en facteurs premiers.

Exercice 20 – Approfondissement : produit divisible par six

Parmi trois consécutifs se trouve un multiple de 3, et au moins un entier pair. Le produit est divisible par 2 et par 3, qui sont premiers entre eux : il est divisible par 6.