

Chapitre 17 – Corrections

Fonctions valeur absolue, racine carrée et cube

20 exercices progressifs – Solutions détaillées

Exercice 1 – Valeurs absolues

Les trois valeurs sont 5, 5 et 5. On effectue d'abord le calcul intérieur, puis on prend la distance à zéro.

Exercice 2 – Expression par morceaux

Si $x \geq 3$, $|x - 3| = x - 3$; si $x < 3$, $|x - 3| = 3 - x$.

Exercice 3 – Équation de distance

$x - 2 = 5$ ou $x - 2 = -5$, donc $S = \{-3; 7\}$.

Exercice 4 – Intervalle de distance

$-4 \leq x + 1 \leq 4$, donc $-5 \leq x \leq 3$ et $S = [-5; 3]$.

Exercice 5 – Second membre négatif

La première n'a aucune solution ; la seconde est vraie pour tout réel puisque $|x| \geq 0$.

Exercice 6 – Images par la racine

Les valeurs sont 0, 1, 7 et $1/2$. On choisit toujours la racine positive ou nulle.

Exercice 7 – Domaine

Il faut $x + 5 \geq 0$, donc $D_f = [-5; +\infty[$.

Exercice 8 – Équation avec une racine

Le domaine impose $x \geq -2$. L'équation équivaut alors à $x + 2 = 16$, donc $x = 14$, autorisé.

Exercice 9 – Inéquation avec une racine

Il faut $x \geq 0$. Par croissance de la racine, $x < 9$, donc $S = [0; 9[$.

Exercice 10 – Comparaison

La racine est croissante : $\sqrt{12} < \sqrt{13}$ et $\sqrt{0,4} > \sqrt{0,3}$.

Exercice 11 – Cubes

-27 , $1/8$ et 0 . Une puissance impaire conserve le signe.

Exercice 12 – Équation cubique simple

$(-2)^3 = -8$ et la fonction cube est strictement croissante : l'unique solution est $x = -2$.

Exercice 13 – Inéquation cubique

Par croissance de la fonction cube, $x \geq 3$, donc $S = [3; +\infty[$.

Exercice 14 – Variations

La fonction cube est croissante. Son minimum est -8 en -2 , son maximum 27 en 3 .

Exercice 15 – Racine d'un carré

$\sqrt{x^2} = |x| = -x$ lorsque $x \leq 0$.

Exercice 16 – Approfondissement : deux distances

Le nombre recherché est à égale distance de 1 et 5 , donc leur milieu $x = 3$. Vérification : les deux distances valent 2 .

Exercice 17 – Approfondissement : extérieur d'un intervalle

$2|x - 2| > 6 \iff |x - 2| > 3$, donc $x < -1$ ou $x > 5$. Solution : $] -\infty; -1[\cup]5; +\infty[$.

Exercice 18 – Approfondissement : domaine et carré

Le domaine donne $x \geq 1/2$. Les deux membres sont positifs : $2x - 1 \leq 25$, donc $x \leq 13$. Solution : $[1/2; 13]$.

Exercice 19 – Approfondissement : intersection

$x \geq 0$. En élevant au carré, $x = x^2$, donc $x(x - 1) = 0$. Les deux candidats 0 et 1 vérifient l'équation : $S = \{0; 1\}$.

Exercice 20 – Approfondissement : comparaisons

Multiplier une quantité positive par $x < 1$ la diminue. Ainsi $x^3 < x^2 < x$.