

Chapitre 19 – Corrections

Statistiques : dispersion et données regroupées

20 exercices progressifs – Solutions détaillées

Exercice 1 – Moyenne

$$(2 + 4 + 6)/3 = 4.$$

Exercice 2 – Variance

La moyenne vaut 4. $V = ((2 - 4)^2 + 0 + (6 - 4)^2)/3 = 8/3$.

Exercice 3 – Écart type

$\sigma = \sqrt{8/3} \approx 1,63$. Il utilise la même unité que les valeurs.

Exercice 4 – Série constante

La moyenne est 7. Tous les écarts à la moyenne sont nuls : $\sigma = 0$.

Exercice 5 – Moyenne pondérée

$$N = 4 \text{ et } \bar{x} = (3 \times 5 + 9)/4 = 6.$$

Exercice 6 – Dispersion pondérée

$$V = (3(5 - 6)^2 + (9 - 6)^2)/4 = 3. \text{ Donc } \sigma = \sqrt{3}.$$

Exercice 7 – Translation

La moyenne devient 17 ; l'écart type reste 3.

Exercice 8 – Multiplication

La moyenne devient -24 et l'écart type $|-3| \times 2 = 6$.

Exercice 9 – Ajout d'une observation

La somme initiale vaut 90 ; la nouvelle somme 110 et l'effectif 10. Nouvelle moyenne 11.

Exercice 10 – Suppression

La somme devient $120 - 30 = 90$, pour 9 valeurs : la moyenne vaut 10.

Exercice 11 – Fusion de groupes

$$(15 \times 8 + 5 \times 16)/20 = 200/20 = 10.$$

Exercice 12 – Centre de classes

Les centres sont respectivement 5, 15 et 25, moyennes des bornes.

Exercice 13 – Moyenne estimée

$(2 \times 5 + 5 \times 15 + 3 \times 25)/10 = 16$. C'est une estimation ; les valeurs individuelles ne sont pas connues.

Exercice 14 – Effectifs cumulés

Effectifs cumulés 4, 11, 20 ; fréquences cumulées 0,20, 0,55, 1.

Exercice 15 – Classe médiane

Les fréquences cumulées passent de 20% à 55% dans $[10; 20[$. C'est la classe médiane.

Exercice 16 – Approfondissement : interpolation

$10 + 10(0,5 - 0,2)/0,35 = 130/7 \approx 18,57$. Cette valeur appartient à la classe médiane ; elle n'est pas exacte sans l'hypothèse uniforme.

Exercice 17 – Approfondissement : moyennes de classes connues

$(10 \times 6 + 30 \times 17)/40 = 570/40 = 14,25$. Ici le résultat est exact puisque les moyennes réelles des classes sont connues.

Exercice 18 – Approfondissement : même centre, dispersion différente

Les moyennes valent 10. $\sigma_A = \sqrt{8/3}$ et $\sigma_B = \sqrt{200/3} = 5\sigma_A$. B est beaucoup plus dispersée.

Exercice 19 – Approfondissement : moyenne inconnue

$$20 \times 11 + x = 21 \times 12, \text{ donc } x = 252 - 220 = 32.$$

Exercice 20 – Approfondissement : limites du regroupement

Non. La série 0, 1, 10, 11 a pour moyenne 5,5, alors que 8, 9, 18, 19 a pour moyenne 13,5. Les mêmes effectifs par classes ne déterminent pas la moyenne exacte.