

Chapitre 20 – Cours

Tableaux croisés et fréquences conditionnelles

Dans ce chapitre, tu vas apprendre à :

- Compléter et interpréter un tableau à double entrée.
- Choisir le bon dénominateur pour une fréquence marginale ou conditionnelle.
- Comparer des sous-populations et repérer une inversion de conditionnement.

Les mots pour comprendre

Définition – Une fréquence conjointe

Une fréquence conjointe mesure une intersection dans la population entière : $f(A \cap B)$.

Définition – Une fréquence conditionnelle

La fréquence de B parmi les individus de A vaut $\frac{n(A \cap B)}{n(A)}$, avec $n(A) > 0$. Le choix du dénominateur est essentiel.

1. Deux caractères pour une même population

Un tableau croisé décrit simultanément deux variables qualitatives observées chez les mêmes individus : moyen de transport et inscription à un atelier, par exemple. Une case intérieure compte les individus possédant les deux caractéristiques.

Les sommes des lignes et des colonnes constituent les effectifs marginaux ; leur total commun vaut l'effectif N de la population. Avant de calculer, on vérifie que les catégories de chaque variable sont disjointes et couvrent la population étudiée.

Un individu doit être classé dans une seule ligne et une seule colonne. Une catégorie « non renseigné » peut être nécessaire ; on ne la supprime pas silencieusement.

2. Fréquences conjointes et marginales

Une fréquence conjointe rapporte l'effectif d'une case au total N .

La fréquence marginale d'une catégorie rapporte son total de ligne ou de colonne à N . Les fréquences conjointes ont pour somme 1 sur tout le tableau.

Les fréquences marginales ont pour somme 1 dans chaque variable. Considérons 100 personnes : 60 participent à un atelier et 40 n'y participent pas.

Parmi les participants, 24 utilisent le bus ; parmi les non-participants, 16 l'utilisent. La fréquence marginale du bus est $(24 + 16)/100 = 0,40$; la fréquence conjointe « atelier et bus » vaut $24/100 = 0,24$.

3. Fréquence conditionnelle

L'expression « parmi les participants » impose de changer de population de référence.

La fréquence du bus parmi eux vaut $24/60 = 0,40$. Inversement, la fréquence des participants parmi les usagers du bus vaut $24/40 = 0,60$.

Ces deux calculs utilisent le même numérateur, mais pas le même dénominateur. Une fréquence conditionnelle n'est définie que si la sous-population de référence est non vide.

Une ligne de fréquences conditionnelles par rapport à une catégorie fixée doit totaliser 1. Pour convertir une fréquence conditionnelle en effectif, on la multiplie par l'effectif de sa sous-population, et non par l'effectif total général.

4. Compléter et contrôler

On complète d'abord les sommes faciles, puis les différences.

Si une ligne totalise 80 et qu'une de ses cases vaut 30, l'autre vaut 50 lorsque la ligne ne comporte que deux catégories. On peut ensuite exploiter une fréquence conditionnelle connue : si 25% des 80 individus appartiennent à une catégorie, la case correspondante vaut 20.

Les effectifs doivent rester entiers, positifs ou nuls, et toutes les marges doivent être cohérentes. Une valeur décimale d'effectif peut signaler un arrondi de pourcentage ou une incohérence à expliquer.

5. Interpréter sans conclure trop vite

Comparer des fréquences conditionnelles permet de décrire une association entre variables.

Cette association ne démontre pas une causalité. La composition des groupes peut aussi modifier les comparaisons globales.

Chaque phrase doit donc préciser la population, les catégories, la période et l'unité. Les données des exercices sont fictives ; elles servent à comprendre les calculs, pas à décrire une population réelle.

Voir la notion

	A	$\overline{A}$
B	12	18
$\overline{B}$	8	12

Total 50 : $P_A(B) = 12/20 = 0,6$.

La fréquence conditionnelle utilise le total de la colonne A : $12 + 8 = 20$.

Deux exemples, pas à pas

Exemple résolu – 1 – Conditionnement

Question. Parmi les 70 membres du club, 28 viennent en bus. Calculer la fréquence conditionnelle du bus parmi les membres.

Résolution. $28/70 = 0,40 = 40\%$. La référence est le groupe de 70 membres.

Exemple résolu – 2 – Marges

Question. Un tableau a pour cases 12, 18 dans la première ligne et 28, 42 dans la seconde. Donner les marges.

Résolution. Totaux de lignes 30 et 70 ; totaux de colonnes 40 et 60 ; total général 100.
