

Chapitre 21 – Corrections

Probabilités conditionnelles et arbres pondérés

20 exercices progressifs – Solutions détaillées

Exercice 1 – Conditionnelle

$$P_A(B) = 0,2/0,5 = 0,4.$$

Exercice 2 – Intersection

$$P(A \cap B) = 0,3 \times 0,8 = 0,24.$$

Exercice 3 – Contraire conditionnel

$$1 - 0,65 = 0,35, \text{ avec la même condition } A.$$

Exercice 4 – Référence finie

$$18/40 = 0,45. \text{ La référence est la sous-population des membres.}$$

Exercice 5 – Condition impossible

Non : le dénominateur est nul. Cette formule ne définit pas le conditionnement.

Exercice 6 – Premier embranchement

$$P(\overline{A}) = 0,3, \text{ afin que les poids au premier nœud totalisent } 1.$$

Exercice 7 – Deuxième embranchement

$$P_A(\overline{B}) = 0,6. \text{ Ce poids est conditionnel à } A.$$

Exercice 8 – Probabilité d'un chemin

$$0,6 \times 0,25 = 0,15 ; \text{ le chemin représente } A \cap B.$$

Exercice 9 – Deux chemins vers B

$$P(B) = 0,4 \times 0,7 + 0,6 \times 0,2 = 0,40.$$

Exercice 10 – Inversion

$$P(A \cap B) = 0,28 \text{ et } P(B) = 0,40. \text{ Donc } P_B(A) = 0,28/0,40 = 0,7.$$

Exercice 11 – Non-confusion

$P_A(B) = 0,1/0,2 = 0,5$ et $P_B(A) = 0,1/0,5 = 0,2$. Ils ne sont pas égaux.

Exercice 12 – Sans remise

Il reste 2 rouges parmi 4 boules : la probabilité conditionnelle vaut $1/2$.

Exercice 13 – Avec remise

La composition initiale est rétablie : $P_R(R_2) = 3/5$.

Exercice 14 – Deux rouges sans remise

$$(3/5)(2/4) = 3/10.$$

Exercice 15 – Deux couleurs

$(3/5)(2/4) = 3/10$. Le second facteur compte les 2 bleues sur les 4 restantes.

Exercice 16 – Approfondissement : arbre complet

$P(A \cap B) = 0,24$, $P(A \cap \overline{B}) = 0,06$, $P(\overline{A} \cap B) = 0,07$, $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 0,63$. Leur somme vaut 1.

Exercice 17 – Approfondissement : condition inverse

$P(B) = 0,31$, donc $P_B(A) = 24/31$. $P(\overline{B}) = 0,69$, donc $P_{\overline{B}}(A) = 6/69 = 2/23$.

Exercice 18 – Approfondissement : test fictif

$P(+)=0,10 \times 0,90 + 0,90 \times 0,05 = 0,135$, soit 13,5%.

Exercice 19 – Approfondissement : interpréter le test

$P_+(A) = 0,09/0,135 = 2/3$. Elle n'est pas 90%, car ce dernier chiffre correspond au conditionnement inverse.

Exercice 20 – Approfondissement : coefficient manquant

$0,38 = 0,4 \times 0,5 + 0,6q$. Ainsi $q = 0,18/0,6 = 0,3$, valeur admissible entre 0 et 1.