Chapitre 02 – Corrections

Fonctions, limites, continuité et logarithme

20 exercices progressifs – Solutions détaillées

Exercice 1 – Équation logarithmique

Il faut $x > 1$. Le logarithme est injectif sur les positifs, donc $x - 1 = 3$, soit $x = 4$, qui est autorisé.

Exercice 2 – Équation logarithmique

Il faut $x > 2$. Le logarithme est injectif sur les positifs, donc $x - 2 = 4$, soit $x = 6$, qui est autorisé.

Exercice 3 – Équation logarithmique

Il faut $x > 3$. Le logarithme est injectif sur les positifs, donc $x - 3 = 5$, soit $x = 8$, qui est autorisé.

Exercice 4 – Équation logarithmique

Il faut $x > 4$. Le logarithme est injectif sur les positifs, donc $x - 4 = 6$, soit $x = 10$, qui est autorisé.

Exercice 5 – Équation logarithmique

Il faut $x > 5$. Le logarithme est injectif sur les positifs, donc $x - 5 = 7$, soit $x = 12$, qui est autorisé.

Exercice 6 – Dérivée et domaine

Le domaine est $]-1/1; +\infty[$. $f'(x) = 1/(1x+1) > 0$ sur ce domaine : f y est strictement croissante.

Exercice 7 – Dérivée et domaine

Le domaine est $]-1/2; +\infty[$. $f'(x) = 2/(2x+1) > 0$ sur ce domaine : f y est strictement croissante.

Exercice 8 – Dérivée et domaine

Le domaine est $]-1/3; +\infty[$. $f'(x) = 3/(3x+1) > 0$ sur ce domaine : f y est strictement croissante.

Exercice 9 – Dérivée et domaine

Le domaine est $]-1/4; +\infty[$. $f'(x) = 4/(4x+1) > 0$ sur ce domaine : f y est strictement croissante.

Exercice 10 – Dérivée et domaine

Le domaine est $]-1/5; +\infty[$. $f'(x) = 5/(5x+1) > 0$ sur ce domaine : f y est strictement croissante.

Exercice 11 – Transformer puis résoudre

Le domaine est $x > 0$. L'équation devient $x(x+1) = 2$, soit $(x-1)(x+2) = 0$. Seul $x = 1$ appartient au domaine ; -2 est rejeté.

Exercice 12 – Transformer puis résoudre

Le domaine est $x > 0$. L'équation devient $x(x+2) = 8$, soit $(x-2)(x+4) = 0$. Seul $x = 2$ appartient au domaine ; -4 est rejeté.

Exercice 13 – Transformer puis résoudre

Le domaine est $x > 0$. L'équation devient $x(x+3) = 18$, soit $(x-3)(x+6) = 0$. Seul $x = 3$ appartient au domaine ; -6 est rejeté.

Exercice 14 – Transformer puis résoudre

Le domaine est $x > 0$. L'équation devient $x(x+4) = 32$, soit $(x-4)(x+8) = 0$. Seul $x = 4$ appartient au domaine ; -8 est rejeté.

Exercice 15 – Transformer puis résoudre

Le domaine est $x > 0$. L'équation devient $x(x+5) = 50$, soit $(x-5)(x+10) = 0$. Seul $x = 5$ appartient au domaine ; -10 est rejeté.

Exercice 16 – Approfondissement — Étude d'une fonction logarithmique

$f'(x) = 1 - 1/x = (x-1)/x$. f décroît jusqu'à 1 puis croît. Elle tend vers $+\infty$ en zéro et à l'infini, car $\ln x/x \to 0$. Son minimum vaut $1 - 1\ln 1$, d'où $x - 1\ln x \geq 1 - 1\ln 1$, avec égalité exactement pour $x = 1$.

Exercice 17 – Approfondissement — Étude d'une fonction logarithmique

$f'(x) = 1 - 2/x = (x-2)/x$. f décroît jusqu'à 2 puis croît. Elle tend vers $+\infty$ en zéro et à l'infini, car $\ln x/x \to 0$. Son minimum vaut $2 - 2\ln 2$, d'où $x - 2\ln x \geq 2 - 2\ln 2$, avec égalité exactement pour $x = 2$.

Exercice 18 – Approfondissement — Étude d'une fonction logarithmique

$f'(x) = 1 - 3/x = (x-3)/x$. f décroît jusqu'à 3 puis croît. Elle tend vers $+\infty$ en zéro et à l'infini, car $\ln x/x \to 0$. Son minimum vaut $3 - 3\ln 3$, d'où $x - 3\ln x \geq 3 - 3\ln 3$, avec égalité exactement pour $x = 3$.

Exercice 19 – Approfondissement — Étude d'une fonction logarithmique

$f'(x) = 1 - 4/x = (x-4)/x$. f décroît jusqu'à 4 puis croît. Elle tend vers $+\infty$ en zéro et à l'infini, car $\ln x/x \to 0$. Son minimum vaut $4 - 4\ln 4$, d'où $x - 4\ln x \geq 4 - 4\ln 4$, avec égalité exactement pour $x = 4$.

Exercice 20 – Approfondissement — Étude d'une fonction logarithmique

$f'(x) = 1 - 5/x = (x-5)/x$. f décroît jusqu'à 5 puis croît. Elle tend vers $+\infty$ en zéro et à l'infini, car $\ln x/x \to 0$. Son minimum vaut $5 - 5\ln 5$, d'où $x - 5\ln x \geq 5 - 5\ln 5$, avec égalité exactement pour $x = 5$.