

Chapitre 06 – Corrections

Lois discrètes : uniforme, Bernoulli, binomiale et géométrique

20 exercices progressifs – Solutions détaillées

Exercice 1 – Loi uniforme finie

Chaque entier a probabilité $1/4$. Donc $P(X \leq 2) = 2/4$ et $E(X) = (4 + 1)/2 = \frac{5}{2}$.

Exercice 2 – Loi uniforme finie

Chaque entier a probabilité $1/5$. Donc $P(X \leq 2) = 2/5$ et $E(X) = (5 + 1)/2 = 3$.

Exercice 3 – Loi uniforme finie

Chaque entier a probabilité $1/6$. Donc $P(X \leq 2) = 2/6$ et $E(X) = (6 + 1)/2 = \frac{7}{2}$.

Exercice 4 – Loi uniforme finie

Chaque entier a probabilité $1/7$. Donc $P(X \leq 2) = 2/7$ et $E(X) = (7 + 1)/2 = 4$.

Exercice 5 – Loi uniforme finie

Chaque entier a probabilité $1/8$. Donc $P(X \leq 2) = 2/8$ et $E(X) = (8 + 1)/2 = \frac{9}{2}$.

Exercice 6 – Exactement deux succès

$P(X = 2) = \binom{4}{2}(1/2)^4 = \frac{3}{8}$. On choisit les deux positions des succès, puis chaque liste de résultats a pour probabilité 2^{-4} .

Exercice 7 – Exactement deux succès

$P(X = 2) = \binom{5}{2}(1/2)^5 = \frac{5}{16}$. On choisit les deux positions des succès, puis chaque liste de résultats a pour probabilité 2^{-5} .

Exercice 8 – Exactement deux succès

$P(X = 2) = \binom{6}{2}(1/2)^6 = \frac{15}{64}$. On choisit les deux positions des succès, puis chaque liste de résultats a pour probabilité 2^{-6} .

Exercice 9 – Exactement deux succès

$P(X = 2) = \binom{7}{2}(1/2)^7 = \frac{21}{128}$. On choisit les deux positions des succès, puis chaque liste de résultats a pour probabilité 2^{-7} .

Exercice 10 – Exactement deux succès

$P(X = 2) = \binom{8}{2}(1/2)^8 = \frac{7}{64}$. On choisit les deux positions des succès, puis chaque liste de résultats a pour probabilité 2^{-8} .

Exercice 11 – Premier succès

X suit une loi géométrique sur $\mathbb{N}^*$. $P(X = 3) = (2/3)^2/3 = \frac{4}{27}$. Son espérance est $1/p = 3$.

Exercice 12 – Premier succès

X suit une loi géométrique sur $\mathbb{N}^*$. $P(X = 3) = (3/4)^2/4 = \frac{9}{64}$. Son espérance est $1/p = 4$.

Exercice 13 – Premier succès

X suit une loi géométrique sur $\mathbb{N}^*$. $P(X = 3) = (4/5)^2/5 = \frac{16}{125}$. Son espérance est $1/p = 5$.

Exercice 14 – Premier succès

X suit une loi géométrique sur $\mathbb{N}^*$. $P(X = 3) = (5/6)^2/6 = \frac{25}{216}$. Son espérance est $1/p = 6$.

Exercice 15 – Premier succès

X suit une loi géométrique sur $\mathbb{N}^*$. $P(X = 3) = (6/7)^2/7 = \frac{36}{343}$. Son espérance est $1/p = 7$.

Exercice 16 – Approfondissement — Absence de mémoire

$P(X > m) = (1 - p)^m$. Le quotient donne $P(X > 5 \mid X > 2) = (1 - p)^5/(1 - p)^2 = (1 - p)^3 = P(X > 3) = (2/3)^3$. Après deux échecs, le nombre d'essais supplémentaires suit le même modèle.

Exercice 17 – Approfondissement — Absence de mémoire

$P(X > m) = (1 - p)^m$. Le quotient donne $P(X > 5 \mid X > 2) = (1 - p)^5/(1 - p)^2 = (1 - p)^3 = P(X > 3) = (3/4)^3$. Après deux échecs, le nombre d'essais supplémentaires suit le même modèle.

Exercice 18 – Approfondissement — Absence de mémoire

$P(X > m) = (1 - p)^m$. Le quotient donne $P(X > 5 \mid X > 2) = (1 - p)^5/(1 - p)^2 = (1 - p)^3 = P(X > 3) = (4/5)^3$. Après deux échecs, le nombre d'essais supplémentaires suit le même modèle.

Exercice 19 – Approfondissement — Absence de mémoire

$P(X > m) = (1 - p)^m$. Le quotient donne $P(X > 5 \mid X > 2) = (1 - p)^5/(1 - p)^2 = (1 - p)^3 = P(X > 3) = (5/6)^3$. Après deux échecs, le nombre d'essais supplémentaires suit le même modèle.

Exercice 20 – Approfondissement — Absence de mémoire

$P(X > m) = (1 - p)^m$. Le quotient donne $P(X > 5 \mid X > 2) = (1 - p)^5/(1 - p)^2 = (1 - p)^3 = P(X > 3) = (6/7)^3$. Après deux échecs, le nombre d'essais supplémentaires suit le même modèle.