

Chapitre 07 – Corrections

Lois à densité : uniforme et exponentielle

20 exercices progressifs – Solutions détaillées

Exercice 1 – Uniforme sur un intervalle

La densité vaut $1/3$ sur l'intervalle. La probabilité vaut $1/3$, l'espérance $\frac{3}{2}$ et la variance $\frac{3}{4}$.

Exercice 2 – Uniforme sur un intervalle

La densité vaut $1/4$ sur l'intervalle. La probabilité vaut $1/4$, l'espérance 2 et la variance $\frac{4}{3}$.

Exercice 3 – Uniforme sur un intervalle

La densité vaut $1/5$ sur l'intervalle. La probabilité vaut $1/5$, l'espérance $\frac{5}{2}$ et la variance $\frac{25}{12}$.

Exercice 4 – Uniforme sur un intervalle

La densité vaut $1/6$ sur l'intervalle. La probabilité vaut $1/6$, l'espérance 3 et la variance 3 .

Exercice 5 – Uniforme sur un intervalle

La densité vaut $1/7$ sur l'intervalle. La probabilité vaut $1/7$, l'espérance $\frac{7}{2}$ et la variance $\frac{49}{12}$.

Exercice 6 – Densité à normaliser

La positivité impose c positif ou nul et $\int_0^3 cx \, dx = c9/2 = 1$, donc $c = \frac{2}{9}$. Alors $P(X \leq 1) = c/2 = \frac{1}{9}$.

Exercice 7 – Densité à normaliser

La positivité impose c positif ou nul et $\int_0^4 cx \, dx = c16/2 = 1$, donc $c = \frac{1}{8}$. Alors $P(X \leq 1) = c/2 = \frac{1}{16}$.

Exercice 8 – Densité à normaliser

La positivité impose c positif ou nul et $\int_0^5 cx \, dx = c25/2 = 1$, donc $c = \frac{2}{25}$. Alors $P(X \leq 1) = c/2 = \frac{1}{25}$.

Exercice 9 – Densité à normaliser

La positivité impose c positif ou nul et $\int_0^6 cx \, dx = c36/2 = 1$, donc $c = \frac{1}{18}$. Alors $P(X \leq 1) = c/2 = \frac{1}{36}$.

Exercice 10 – Densité à normaliser

La positivité impose c positif ou nul et $\int_0^7 cx \, dx = c49/2 = 1$, donc $c = \frac{2}{49}$. Alors $P(X \leq 1) = c/2 = \frac{1}{49}$.

Exercice 11 – Loi exponentielle

$P(X > 2) = e^{-2}$; $P(X \leq 1) = 1 - e^{-1}$; $E(X) = 1/1$. Le paramètre est un taux strictement positif.

Exercice 12 – Loi exponentielle

$P(X > 2) = e^{-4}$; $P(X \leq 1) = 1 - e^{-2}$; $E(X) = 1/2$. Le paramètre est un taux strictement positif.

Exercice 13 – Loi exponentielle

$P(X > 2) = e^{-6}$; $P(X \leq 1) = 1 - e^{-3}$; $E(X) = 1/3$. Le paramètre est un taux strictement positif.

Exercice 14 – Loi exponentielle

$P(X > 2) = e^{-8}$; $P(X \leq 1) = 1 - e^{-4}$; $E(X) = 1/4$. Le paramètre est un taux strictement positif.

Exercice 15 – Loi exponentielle

$P(X > 2) = e^{-10}$; $P(X \leq 1) = 1 - e^{-5}$; $E(X) = 1/5$. Le paramètre est un taux strictement positif.

Exercice 16 – Approfondissement — Attente et absence de mémoire

La survie vaut $P(X > t) = e^{-t/2}$. Le quotient $e^{-5/2}/e^{-2/2} = e^{-3/2} = P(X > 3)$ prouve l'égalité. Dans ce modèle, le temps déjà attendu ne modifie pas la loi de l'attente supplémentaire.

Exercice 17 – Approfondissement — Attente et absence de mémoire

La survie vaut $P(X > t) = e^{-t/3}$. Le quotient $e^{-5/3}/e^{-2/3} = e^{-3/3} = P(X > 3)$ prouve l'égalité. Dans ce modèle, le temps déjà attendu ne modifie pas la loi de l'attente supplémentaire.

Exercice 18 – Approfondissement — Attente et absence de mémoire

La survie vaut $P(X > t) = e^{-t/4}$. Le quotient $e^{-5/4}/e^{-2/4} = e^{-3/4} = P(X > 3)$ prouve l'égalité. Dans ce modèle, le temps déjà attendu ne modifie pas la loi de l'attente supplémentaire.

Exercice 19 – Approfondissement — Attente et absence de mémoire

La survie vaut $P(X > t) = e^{-t/5}$. Le quotient $e^{-5/5}/e^{-2/5} = e^{-3/5} = P(X > 3)$ prouve l'égalité. Dans ce modèle, le temps déjà attendu ne modifie pas la loi de l'attente supplémentaire.

Exercice 20 – Approfondissement — Attente et absence de mémoire

La survie vaut $P(X > t) = e^{-t/6}$. Le quotient $e^{-5/6}/e^{-2/6} = e^{-3/6} = P(X > 3)$ prouve l'égalité. Dans ce modèle, le temps déjà attendu ne modifie pas la loi de l'attente supplémentaire.