Chapitre 14 – Corrections

Sommes de variables et moyennes d'échantillons

20 exercices progressifs – Solutions détaillées

Exercice 1 – Linéarité de l'espérance

$E(3X-2Y+1) = 3E(X)-2E(Y)+1 = 0$. La linéarité de l'espérance ne demande pas d'indépendance.

Exercice 2 – Linéarité de l'espérance

$E(3X-2Y+1) = 3E(X)-2E(Y)+1 = 3$. La linéarité de l'espérance ne demande pas d'indépendance.

Exercice 3 – Linéarité de l'espérance

$E(3X-2Y+1) = 3E(X)-2E(Y)+1 = 6$. La linéarité de l'espérance ne demande pas d'indépendance.

Exercice 4 – Linéarité de l'espérance

$E(3X-2Y+1) = 3E(X)-2E(Y)+1 = 9$. La linéarité de l'espérance ne demande pas d'indépendance.

Exercice 5 – Linéarité de l'espérance

$E(3X-2Y+1) = 3E(X)-2E(Y)+1 = 12$. La linéarité de l'espérance ne demande pas d'indépendance.

Exercice 6 – Variance d'une somme

Par indépendance, les variances s'additionnent et les coefficients sont mis au carré : $V(X+Y) = 3$ et $V(2X-Y) = 4\times 1+2 = 6$.

Exercice 7 – Variance d'une somme

Par indépendance, les variances s'additionnent et les coefficients sont mis au carré : $V(X+Y) = 4$ et $V(2X-Y) = 4\times 2+2 = 10$.

Exercice 8 – Variance d'une somme

Par indépendance, les variances s'additionnent et les coefficients sont mis au carré : $V(X+Y) = 5$ et $V(2X-Y) = 4\times 3+2 = 14$.

Exercice 9 – Variance d'une somme

Par indépendance, les variances s'additionnent et les coefficients sont mis au carré : $V(X+Y) = 6$ et $V(2X-Y) = 4\times 4+2 = 18$.

Exercice 10 – Variance d'une somme

Par indépendance, les variances s'additionnent et les coefficients sont mis au carré : $V(X+Y) = 7$ et $V(2X-Y) = 4 \times 5 + 2 = 22$.

Exercice 11 – Moyenne d'un échantillon

$E(M) = 5$ et $V(M) = 4/10 = \frac{2}{5}$. L'écart-type est $2/\sqrt{10}$. La moyenne conserve le centre et réduit la dispersion.

Exercice 12 – Moyenne d'un échantillon

$E(M) = 5$ et $V(M) = 4/20 = \frac{1}{5}$. L'écart-type est $2/\sqrt{20}$. La moyenne conserve le centre et réduit la dispersion.

Exercice 13 – Moyenne d'un échantillon

$E(M) = 5$ et $V(M) = 4/30 = \frac{2}{15}$. L'écart-type est $2/\sqrt{30}$. La moyenne conserve le centre et réduit la dispersion.

Exercice 14 – Moyenne d'un échantillon

$E(M) = 5$ et $V(M) = 4/40 = \frac{1}{10}$. L'écart-type est $2/\sqrt{40}$. La moyenne conserve le centre et réduit la dispersion.

Exercice 15 – Moyenne d'un échantillon

$E(M) = 5$ et $V(M) = 4/50 = \frac{2}{25}$. L'écart-type est $2/\sqrt{50}$. La moyenne conserve le centre et réduit la dispersion.

Exercice 16 – Approfondissement — Dépendance et contre-exemple

$X + Y = 2X$, donc $V(X+Y) = 4 \times 1/4 = 1$. Pourtant $V(X) + V(Y) = 1/2$. L'addition des variances n'est pas justifiée ici, car X et Y sont dépendantes. Enfin $V(Z) = 1/4 = \frac{1}{4}$.

Exercice 17 – Approfondissement — Dépendance et contre-exemple

$X + Y = 2X$, donc $V(X+Y) = 4 \times 1/4 = 1$. Pourtant $V(X) + V(Y) = 1/2$. L'addition des variances n'est pas justifiée ici, car X et Y sont dépendantes. Enfin $V(Z) = 4/4 = 1$.

Exercice 18 – Approfondissement — Dépendance et contre-exemple

$X + Y = 2X$, donc $V(X+Y) = 4 \times 1/4 = 1$. Pourtant $V(X) + V(Y) = 1/2$. L'addition des variances n'est pas justifiée ici, car X et Y sont dépendantes. Enfin $V(Z) = 9/4 = \frac{9}{4}$.

Exercice 19 – Approfondissement — Dépendance et contre-exemple

$X + Y = 2X$, donc $V(X+Y) = 4 \times 1/4 = 1$. Pourtant $V(X) + V(Y) = 1/2$. L'addition des variances n'est pas justifiée ici, car X et Y sont dépendantes. Enfin $V(Z) = 16/4 = 4$.

Exercice 20 – Approfondissement — Dépendance et contre-exemple

$X+Y=2X$, donc $V(X+Y)=4\times 1/4=1$. Pourtant $V(X)+V(Y)=1/2$. L'addition des variances n'est pas justifiée ici, car X et Y sont dépendantes. Enfin $V(Z)=25/4=\frac{25}{4}$.