

## Chapitre 06 – Corrections

Limites de fonctions et asymptotes

20 exercices progressifs – Solutions détaillées

### Exercice 1 – Dominance polynomiale

Les termes dominants sont  $1x^2$  et  $1x^3$ . Les limites sont respectivement  $+\infty$  et  $-\infty$  car  $1 > 0$ .

### Exercice 2 – Dominance polynomiale

Les termes dominants sont  $2x^2$  et  $2x^3$ . Les limites sont respectivement  $+\infty$  et  $-\infty$  car  $2 > 0$ .

### Exercice 3 – Dominance polynomiale

Les termes dominants sont  $3x^2$  et  $3x^3$ . Les limites sont respectivement  $+\infty$  et  $-\infty$  car  $3 > 0$ .

### Exercice 4 – Dominance polynomiale

Les termes dominants sont  $4x^2$  et  $4x^3$ . Les limites sont respectivement  $+\infty$  et  $-\infty$  car  $4 > 0$ .

### Exercice 5 – Dominance polynomiale

Les termes dominants sont  $5x^2$  et  $5x^3$ . Les limites sont respectivement  $+\infty$  et  $-\infty$  car  $5 > 0$ .

### Exercice 6 – Quotient rationnel

En divisant numérateur et dénominateur par  $x^2$ , on obtient  $(1 + 2/x^2)/(1 + 1/x^2)$ , qui tend vers 1 aux deux infinis. Asymptote horizontale :  $y = 1$ .

### Exercice 7 – Quotient rationnel

En divisant numérateur et dénominateur par  $x^2$ , on obtient  $(2 + 2/x^2)/(1 + 1/x^2)$ , qui tend vers 2 aux deux infinis. Asymptote horizontale :  $y = 2$ .

### Exercice 8 – Quotient rationnel

En divisant numérateur et dénominateur par  $x^2$ , on obtient  $(3 + 2/x^2)/(1 + 1/x^2)$ , qui tend vers 3 aux deux infinis. Asymptote horizontale :  $y = 3$ .

### Exercice 9 – Quotient rationnel

En divisant numérateur et dénominateur par  $x^2$ , on obtient  $(4 + 2/x^2)/(1 + 1/x^2)$ , qui tend vers 4 aux deux infinis. Asymptote horizontale :  $y = 4$ .

**Exercice 10 – Quotient rationnel**

En divisant numérateur et dénominateur par  $x^2$ , on obtient  $(5 + 2/x^2)/(1 + 1/x^2)$ , qui tend vers 5 aux deux infinis. Asymptote horizontale :  $y = 5$ .

**Exercice 11 – Limites latérales**

Le dénominateur tend vers zéro avec un signe négatif à gauche et positif à droite : les limites valent  $-\infty$  puis  $+\infty$ . En  $+\infty$ ,  $f$  tend vers zéro. Asymptotes  $x = 1$  et  $y = 0$ .

**Exercice 12 – Limites latérales**

Le dénominateur tend vers zéro avec un signe négatif à gauche et positif à droite : les limites valent  $-\infty$  puis  $+\infty$ . En  $+\infty$ ,  $f$  tend vers zéro. Asymptotes  $x = 2$  et  $y = 0$ .

**Exercice 13 – Limites latérales**

Le dénominateur tend vers zéro avec un signe négatif à gauche et positif à droite : les limites valent  $-\infty$  puis  $+\infty$ . En  $+\infty$ ,  $f$  tend vers zéro. Asymptotes  $x = 3$  et  $y = 0$ .

**Exercice 14 – Limites latérales**

Le dénominateur tend vers zéro avec un signe négatif à gauche et positif à droite : les limites valent  $-\infty$  puis  $+\infty$ . En  $+\infty$ ,  $f$  tend vers zéro. Asymptotes  $x = 4$  et  $y = 0$ .

**Exercice 15 – Limites latérales**

Le dénominateur tend vers zéro avec un signe négatif à gauche et positif à droite : les limites valent  $-\infty$  puis  $+\infty$ . En  $+\infty$ ,  $f$  tend vers zéro. Asymptotes  $x = 5$  et  $y = 0$ .

**Exercice 16 – Approfondissement — Lever une indétermination**

L'expression est positive. Par quantité conjuguée,  $\sqrt{x^2 + 1} - x = 1/(\sqrt{x^2 + 1} + x)$ . Le dénominateur tend vers  $+\infty$  : la limite vaut zéro. La soustraction directe des deux limites infinies ne permettait pas de conclure.

**Exercice 17 – Approfondissement — Lever une indétermination**

L'expression est positive. Par quantité conjuguée,  $\sqrt{x^2 + 2} - x = 2/(\sqrt{x^2 + 2} + x)$ . Le dénominateur tend vers  $+\infty$  : la limite vaut zéro. La soustraction directe des deux limites infinies ne permettait pas de conclure.

**Exercice 18 – Approfondissement — Lever une indétermination**

L'expression est positive. Par quantité conjuguée,  $\sqrt{x^2 + 3} - x = 3/(\sqrt{x^2 + 3} + x)$ . Le dénominateur tend vers  $+\infty$  : la limite vaut zéro. La soustraction directe des deux limites infinies ne permettait pas de conclure.

**Exercice 19 – Approfondissement — Lever une indétermination**

L'expression est positive. Par quantité conjuguée,  $\sqrt{x^2 + 4} - x = 4/(\sqrt{x^2 + 4} + x)$ . Le dénominateur tend vers  $+\infty$  : la limite vaut zéro. La soustraction directe des deux limites infinies ne permettait pas de conclure.

**Exercice 20 – Approfondissement — Lever une indétermination**

L'expression est positive. Par quantité conjuguée,  $\sqrt{x^2 + 5} - x = 5/(\sqrt{x^2 + 5} + x)$ . Le dénominateur tend vers  $+\infty$  : la limite vaut zéro. La soustraction directe des deux limites infinies ne permettait pas de conclure.