

Chapitre 07 – Corrections

Continuité et théorème des valeurs intermédiaires

20 exercices progressifs – Solutions détaillées

Exercice 1 – Valeurs intermédiaires

f est continue sur $\mathbb{R}$ et $f'(x) = 3x^2 + 1 > 0$. De plus $f(0) = -1 < 0$ et $f(1) = 1 > 0$. Le théorème des valeurs intermédiaires donne une solution dans $]0; 1[$; la stricte croissance assure son unicité.

Exercice 2 – Valeurs intermédiaires

f est continue sur $\mathbb{R}$ et $f'(x) = 3x^2 + 1 > 0$. De plus $f(0) = -2 < 0$ et $f(2) = 8 > 0$. Le théorème des valeurs intermédiaires donne une solution dans $]0; 2[$; la stricte croissance assure son unicité.

Exercice 3 – Valeurs intermédiaires

f est continue sur $\mathbb{R}$ et $f'(x) = 3x^2 + 1 > 0$. De plus $f(0) = -3 < 0$ et $f(3) = 27 > 0$. Le théorème des valeurs intermédiaires donne une solution dans $]0; 3[$; la stricte croissance assure son unicité.

Exercice 4 – Valeurs intermédiaires

f est continue sur $\mathbb{R}$ et $f'(x) = 3x^2 + 1 > 0$. De plus $f(0) = -4 < 0$ et $f(4) = 64 > 0$. Le théorème des valeurs intermédiaires donne une solution dans $]0; 4[$; la stricte croissance assure son unicité.

Exercice 5 – Valeurs intermédiaires

f est continue sur $\mathbb{R}$ et $f'(x) = 3x^2 + 1 > 0$. De plus $f(0) = -5 < 0$ et $f(5) = 125 > 0$. Le théorème des valeurs intermédiaires donne une solution dans $]0; 5[$; la stricte croissance assure son unicité.

Exercice 6 – Fonction par morceaux

La limite à gauche est 2 ; la valeur et limite à droite sont $2 + a$. L'égalité impose $a = 0$. Pour cette valeur les deux expressions se raccordent et la fonction est continue en 1.

Exercice 7 – Fonction par morceaux

La limite à gauche est 3 ; la valeur et limite à droite sont $2 + a$. L'égalité impose $a = 1$. Pour cette valeur les deux expressions se raccordent et la fonction est continue en 1.

Exercice 8 – Fonction par morceaux

La limite à gauche est 4 ; la valeur et limite à droite sont $2 + a$. L'égalité impose $a = 2$. Pour cette valeur les deux expressions se raccordent et la fonction est continue en 1.

Exercice 9 – Fonction par morceaux

La limite à gauche est 5 ; la valeur et limite à droite sont $2 + a$. L'égalité impose $a = 3$. Pour cette valeur les deux expressions se raccordent et la fonction est continue en 1.

Exercice 10 – Fonction par morceaux

La limite à gauche est 6 ; la valeur et limite à droite sont $2 + a$. L'égalité impose $a = 4$. Pour cette valeur les deux expressions se raccordent et la fonction est continue en 1.

Exercice 11 – Bijection sur un intervalle

f est continue et strictement croissante sur cet intervalle ; son image est $[1; +\infty[$. Il existe donc un unique antécédent de 10, donné par $x^2 = 9$, soit $x = 3$ puisque x est positif ou nul.

Exercice 12 – Bijection sur un intervalle

f est continue et strictement croissante sur cet intervalle ; son image est $[2; +\infty[$. Il existe donc un unique antécédent de 11, donné par $x^2 = 9$, soit $x = 3$ puisque x est positif ou nul.

Exercice 13 – Bijection sur un intervalle

f est continue et strictement croissante sur cet intervalle ; son image est $[3; +\infty[$. Il existe donc un unique antécédent de 12, donné par $x^2 = 9$, soit $x = 3$ puisque x est positif ou nul.

Exercice 14 – Bijection sur un intervalle

f est continue et strictement croissante sur cet intervalle ; son image est $[4; +\infty[$. Il existe donc un unique antécédent de 13, donné par $x^2 = 9$, soit $x = 3$ puisque x est positif ou nul.

Exercice 15 – Bijection sur un intervalle

f est continue et strictement croissante sur cet intervalle ; son image est $[5; +\infty[$. Il existe donc un unique antécédent de 14, donné par $x^2 = 9$, soit $x = 3$ puisque x est positif ou nul.

Exercice 16 – Approfondissement — Une limite de la conclusion

Le TVI garantit au moins une solution, pas l'unicité. La fonction $f(x) = \frac{4}{3}(x - 1/2)(x - 1)(x - 3/2)$ vérifie les valeurs demandées : en zéro, le produit vaut $-3/4$, et en deux $3/4$. Elle a trois zéros $1/2, 1, 3/2$.

Exercice 17 – Approfondissement — Une limite de la conclusion

Le TVI garantit au moins une solution, pas l'unicité. La fonction $f(x) = \frac{8}{3}(x - 1/2)(x - 1)(x - 3/2)$ vérifie les valeurs demandées : en zéro, le produit vaut $-3/4$, et en deux $3/4$. Elle a trois zéros $1/2, 1, 3/2$.

Exercice 18 – Approfondissement — Une limite de la conclusion

Le TVI garantit au moins une solution, pas l'unicité. La fonction $f(x) = 4(x - 1/2)(x - 1)(x - 3/2)$ vérifie les valeurs demandées : en zéro, le produit vaut $-3/4$, et en deux $3/4$. Elle a trois zéros $1/2, 1, 3/2$.

Exercice 19 – Approfondissement — Une limite de la conclusion

Le TVI garantit au moins une solution, pas l'unicité. La fonction $f(x) = \frac{16}{3}(x - 1/2)(x - 1)(x - 3/2)$ vérifie les valeurs demandées : en zéro, le produit vaut $-3/4$, et en deux $3/4$. Elle a trois zéros $1/2, 1, 3/2$.

Exercice 20 – Approfondissement — Une limite de la conclusion

Le TVI garantit au moins une solution, pas l'unicité. La fonction $f(x) = \frac{20}{3}(x - 1/2)(x - 1)(x - 3/2)$ vérifie les valeurs demandées : en zéro, le produit vaut $-3/4$, et en deux $3/4$. Elle a trois zéros $1/2, 1, 3/2$.