

Chapitre 13 – Corrections

Schéma de Bernoulli et loi binomiale

20 exercices progressifs – Solutions détaillées

Exercice 1 – Reconnaître la loi

$X \sim \mathcal{B}(4; 1/2)$. $E(X) = 2$ et $V(X) = 1$. Les épreuves sont identiques, indépendantes, avec deux issues et probabilité de succès constante.

Exercice 2 – Reconnaître la loi

$X \sim \mathcal{B}(5; 1/2)$. $E(X) = \frac{5}{2}$ et $V(X) = \frac{5}{4}$. Les épreuves sont identiques, indépendantes, avec deux issues et probabilité de succès constante.

Exercice 3 – Reconnaître la loi

$X \sim \mathcal{B}(6; 1/2)$. $E(X) = 3$ et $V(X) = \frac{3}{2}$. Les épreuves sont identiques, indépendantes, avec deux issues et probabilité de succès constante.

Exercice 4 – Reconnaître la loi

$X \sim \mathcal{B}(7; 1/2)$. $E(X) = \frac{7}{2}$ et $V(X) = \frac{7}{4}$. Les épreuves sont identiques, indépendantes, avec deux issues et probabilité de succès constante.

Exercice 5 – Reconnaître la loi

$X \sim \mathcal{B}(8; 1/2)$. $E(X) = 4$ et $V(X) = 2$. Les épreuves sont identiques, indépendantes, avec deux issues et probabilité de succès constante.

Exercice 6 – Exactement deux succès

$P(X = 2) = \binom{4}{2}(1/2)^4 = \frac{3}{8}$. On choisit les deux positions des succès, puis chaque liste de résultats a pour probabilité 2^{-4} .

Exercice 7 – Exactement deux succès

$P(X = 2) = \binom{5}{2}(1/2)^5 = \frac{5}{16}$. On choisit les deux positions des succès, puis chaque liste de résultats a pour probabilité 2^{-5} .

Exercice 8 – Exactement deux succès

$P(X = 2) = \binom{6}{2}(1/2)^6 = \frac{15}{64}$. On choisit les deux positions des succès, puis chaque liste de résultats a pour probabilité 2^{-6} .

Exercice 9 – Exactement deux succès

$P(X = 2) = \binom{7}{2}(1/2)^7 = \frac{21}{128}$. On choisit les deux positions des succès, puis chaque liste de résultats a pour probabilité 2^{-7} .

Exercice 10 – Exactement deux succès

$P(X = 2) = \binom{8}{2}(1/2)^8 = \frac{7}{64}$. On choisit les deux positions des succès, puis chaque liste de résultats a pour probabilité 2^{-8} .

Exercice 11 – Au moins un succès

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - (2/3)^4 = \frac{65}{81}.$$

Exercice 12 – Au moins un succès

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - (2/3)^5 = \frac{211}{243}.$$

Exercice 13 – Au moins un succès

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - (2/3)^6 = \frac{665}{729}.$$

Exercice 14 – Au moins un succès

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - (2/3)^7 = \frac{2059}{2187}.$$

Exercice 15 – Au moins un succès

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - (2/3)^8 = \frac{6305}{6561}.$$

Exercice 16 – Approfondissement — Dimensionner des essais

La probabilité cherchée est $1 - 2^{-m}$. La condition équivaut à $2^{-m} \leq 2^{-4}$, donc $m \geq 4$. Le minimum est 4 essais. Pour un seuil quelconque, un logarithme ou un algorithme de seuil donne la même méthode.

Exercice 17 – Approfondissement — Dimensionner des essais

La probabilité cherchée est $1 - 2^{-m}$. La condition équivaut à $2^{-m} \leq 2^{-5}$, donc $m \geq 5$. Le minimum est 5 essais. Pour un seuil quelconque, un logarithme ou un algorithme de seuil donne la même méthode.

Exercice 18 – Approfondissement — Dimensionner des essais

La probabilité cherchée est $1 - 2^{-m}$. La condition équivaut à $2^{-m} \leq 2^{-6}$, donc $m \geq 6$. Le minimum est 6 essais. Pour un seuil quelconque, un logarithme ou un algorithme de seuil donne la même méthode.

Exercice 19 – Approfondissement — Dimensionner des essais

La probabilité cherchée est $1 - 2^{-m}$. La condition équivaut à $2^{-m} \leq 2^{-7}$, donc $m \geq 7$. Le minimum est 7 essais. Pour un seuil quelconque, un logarithme ou un algorithme de seuil donne la même méthode.

Exercice 20 – Approfondissement — Dimensionner des essais

La probabilité cherchée est $1 - 2^{-m}$. La condition équivaut à $2^{-m} \leq 2^{-8}$, donc $m \geq 8$. Le minimum est 8 essais. Pour un seuil quelconque, un logarithme ou un algorithme de seuil donne la même méthode.