

Chapitre 03 – Exercices

Nombres complexes et géométrie

20 exercices progressifs

Exercice 1 – Calcul complexe

Pour $z = 1 + (2)i$, calculer $\bar{z}$, $|z|^2$ et $1/z$.

Exercice 2 – Calcul complexe

Pour $z = 2 + (-3)i$, calculer $\bar{z}$, $|z|^2$ et $1/z$.

Exercice 3 – Calcul complexe

Pour $z = -1 + (4)i$, calculer $\bar{z}$, $|z|^2$ et $1/z$.

Exercice 4 – Racines de l'unité

Donner toutes les solutions de $z^3 = 1$.

Exercice 5 – Racines de l'unité

Donner toutes les solutions de $z^4 = 1$.

Exercice 6 – Racines de l'unité

Donner toutes les solutions de $z^6 = 1$.

Exercice 7 – Équation du second degré

Résoudre $z^2 + 1 = 0$ dans $\mathbb{C}$.

Exercice 8 – Équation du second degré

Résoudre $z^2 + 4 = 0$ dans $\mathbb{C}$.

Exercice 9 – Équation du second degré

Résoudre $z^2 + 9 = 0$ dans $\mathbb{C}$.

Exercice 10 – Forme exponentielle

Calculer $(1 + i)^2$ sous forme algébrique.

Exercice 11 – Forme exponentielle

Calculer $(1 + i)^3$ sous forme algébrique.

Exercice 12 – Forme exponentielle

Calculer $(1 + i)^4$ sous forme algébrique.

Exercice 13 – Lieu géométrique

Décrire l'ensemble $|z - 1| = 2$.

Exercice 14 – Lieu géométrique

Décrire l'ensemble $|z - 2| = 2$.

Exercice 15 – Lieu géométrique

Décrire l'ensemble $|z - 3| = 2$.

Exercice 16 – Approfondissement : triangle

Prouver $|z + w| \leq |z| + |w|$.

Exercice 17 – Approfondissement : quotient géométrique

Décrire $\{z \in \mathbb{C} : |z - 1| = |z + 1|\}$.

Exercice 18 – Approfondissement : équation réelle

Résoudre $z^2 - 2z + 5 = 0$ dans $\mathbb{C}$.

Exercice 19 – Approfondissement : somme des racines

Pour $n \geq 2$, calculer $\sum_{k=0}^{n-1} e^{2ik\pi/n}$.

Exercice 20 – Approfondissement : transformation

Identifier géométriquement $z \mapsto iz + 2$. Déterminer son point fixe.