

Chapitre 04 – Exercices

Réels, suites et convergence

20 exercices progressifs

Exercice 1 – Suite arithmético-géométrique

$u_0 = 0$ et $u_{n+1} = u_n/2 + 1$. Déterminer u_n et sa limite.

Exercice 2 – Suite arithmético-géométrique

$u_0 = 0$ et $u_{n+1} = u_n/3 + 1$. Déterminer u_n et sa limite.

Exercice 3 – Suite arithmético-géométrique

$u_0 = 0$ et $u_{n+1} = u_n/5 + 1$. Déterminer u_n et sa limite.

Exercice 4 – Limite rationnelle

Déterminer la limite de $u_n = (1n + 1)/(n + 2)$.

Exercice 5 – Limite rationnelle

Déterminer la limite de $u_n = (2n + 1)/(n + 2)$.

Exercice 6 – Limite rationnelle

Déterminer la limite de $u_n = (4n + 1)/(n + 2)$.

Exercice 7 – Encadrement

Montrer que $u_n = \sin n/(n + 2)$ converge.

Exercice 8 – Encadrement

Montrer que $u_n = \sin n/(n + 3)$ converge.

Exercice 9 – Encadrement

Montrer que $u_n = \sin n/(n + 5)$ converge.

Exercice 10 – Monotonie

Étudier $u_n = 1 - 1/(n + 1)$: monotonie, bornes et limite.

Exercice 11 – Monotonie

Étudier $u_n = 2 - 1/(n+1)$: monotonie, bornes et limite.

Exercice 12 – Monotonie

Étudier $u_n = 3 - 1/(n+1)$: monotonie, bornes et limite.

Exercice 13 – Suite géométrique

Étudier la convergence de $u_k = (-1/2)^k$ et la somme $\sum_{k=0}^N u_k$.

Exercice 14 – Suite géométrique

Étudier la convergence de $u_k = (-1/3)^k$ et la somme $\sum_{k=0}^N u_k$.

Exercice 15 – Suite géométrique

Étudier la convergence de $u_k = (-1/4)^k$ et la somme $\sum_{k=0}^N u_k$.

Exercice 16 – Approfondissement : suite adjacente

Poser $u_n = \sum_{k=1}^n 1/k^2$ et $v_n = u_n + 1/n$. Montrer que les suites sont adjacentes.

Exercice 17 – Approfondissement : récurrence positive

Pour $u_0 = 1$, $u_{n+1} = \sqrt{2 + u_n}$, montrer que $u_n \rightarrow 2$.

Exercice 18 – Approfondissement : sous-suites

Montrer que $u_n = (-1)^n$ ne converge pas.

Exercice 19 – Approfondissement : définition

Prouver avec la définition que $1/n \rightarrow 0$.

Exercice 20 – Approfondissement : supremum

Déterminer l'infimum et le supremum de $A = \{1 - 1/n : n \geq 1\}$. Sont-ils atteints ?