

Chapitre 06 – Exercices

Dérivation, accroissements finis et convexité

20 exercices progressifs

Exercice 1 – Dérivée et tangente

Calculer la dérivée de $f(x) = x^2$ et sa tangente en 1.

Exercice 2 – Dérivée et tangente

Calculer la dérivée de $f(x) = x^3$ et sa tangente en 1.

Exercice 3 – Dérivée et tangente

Calculer la dérivée de $f(x) = x^5$ et sa tangente en 1.

Exercice 4 – Produit et composition

Dériver $f(x) = xe^{1x}$.

Exercice 5 – Produit et composition

Dériver $f(x) = xe^{2x}$.

Exercice 6 – Produit et composition

Dériver $f(x) = xe^{3x}$.

Exercice 7 – Quotient

Dériver $f(x) = x/(x+1)$ sur son domaine.

Exercice 8 – Quotient

Dériver $f(x) = x/(x+2)$ sur son domaine.

Exercice 9 – Quotient

Dériver $f(x) = x/(x+4)$ sur son domaine.

Exercice 10 – Extremum

Étudier $f(x) = x^2 - 2x + 1$.

Exercice 11 – Extremum

Étudier $f(x) = x^2 - 4x + 1$.

Exercice 12 – Extremum

Étudier $f(x) = x^2 - 6x + 1$.

Exercice 13 – Convexité

Étudier la convexité de $f(x) = e^{1x}$.

Exercice 14 – Convexité

Étudier la convexité de $f(x) = e^{2x}$.

Exercice 15 – Convexité

Étudier la convexité de $f(x) = e^{3x}$.

Exercice 16 – Approfondissement : Rolle

Prouver qu'entre deux racines distinctes d'un polynôme réel se trouve une racine de sa dérivée.

Exercice 17 – Approfondissement : accroissements finis

Prouver $|\sin b - \sin a| \leq |b - a|$.

Exercice 18 – Approfondissement : non-dérivabilité

Étudier la dérivabilité de $|x|$ en zéro.

Exercice 19 – Approfondissement : point critique

Un point où f' s'annule est-il toujours un extremum ? Donner un contre-exemple.

Exercice 20 – Approfondissement : logarithme

Prouver $\ln(1+x) \leq x$ pour $x > -1$.