

Chapitre 11 – Exercices

Polynômes et fractions rationnelles

20 exercices progressifs

Exercice 1 – Division polynomiale

Diviser $X^2 + 1X + 1$ par $X - 1$.

Exercice 2 – Division polynomiale

Diviser $X^2 + 2X + 1$ par $X - 2$.

Exercice 3 – Division polynomiale

Diviser $X^2 + 3X + 1$ par $X - 3$.

Exercice 4 – Racines et multiplicité

Pour $P(X) = (X - 1)^2(X + 1)$, donner degré, racines et multiplicités.

Exercice 5 – Racines et multiplicité

Pour $P(X) = (X - 2)^2(X + 1)$, donner degré, racines et multiplicités.

Exercice 6 – Racines et multiplicité

Pour $P(X) = (X - 3)^2(X + 1)$, donner degré, racines et multiplicités.

Exercice 7 – Éléments simples

Décomposer $1/[(x + 1)(x + 2)]$.

Exercice 8 – Éléments simples

Décomposer $1/[(x + 2)(x + 3)]$.

Exercice 9 – Éléments simples

Décomposer $1/[(x + 4)(x + 5)]$.

Exercice 10 – Racines complexes

Factoriser $X^2 - 1$ sur $\mathbb{C}$.

Exercice 11 – Racines complexes

Factoriser $X^3 - 1$ sur $\mathbb{C}$.

Exercice 12 – Racines complexes

Factoriser $X^4 - 1$ sur $\mathbb{C}$.

Exercice 13 – PGCD polynomial

Déterminer un PGCD unitaire de $P = (X - 1)^2(X + 1)$ et $Q = (X - 1)(X + 2)$.

Exercice 14 – PGCD polynomial

Déterminer un PGCD unitaire de $P = (X - 2)^2(X + 1)$ et $Q = (X - 2)(X + 2)$.

Exercice 15 – PGCD polynomial

Déterminer un PGCD unitaire de $P = (X - 3)^2(X + 1)$ et $Q = (X - 3)(X + 2)$.

Exercice 16 – Approfondissement : nombre de racines

Prouver qu'un polynôme non nul de degré n possède au plus n racines distinctes.

Exercice 17 – Approfondissement : identité

Deux polynômes de degré au plus n coïncident en $n + 1$ points distincts. Prouver leur égalité.

Exercice 18 – Approfondissement : partie entière

Décomposer $(x^3 + 1)/(x^2 - 1)$ en partie polynomiale et éléments simples.

Exercice 19 – Approfondissement : coefficients

Trouver un polynôme unitaire de degré 3 ayant pour racines 1, 2, 3.

Exercice 20 – Approfondissement : interpolation

Déterminer le polynôme de degré au plus 2 tel que $P(0) = 1$, $P(1) = 3$, $P(2) = 7$.