

Chapitre 12 – Exercices

Matrices et systèmes linéaires

20 exercices progressifs

Exercice 1 – Produit matriciel

Calculer AB pour $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$. Comparer à BA .

Exercice 2 – Produit matriciel

Calculer AB pour $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$. Comparer à BA .

Exercice 3 – Produit matriciel

Calculer AB pour $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$. Comparer à BA .

Exercice 4 – Système triangulaire

Résoudre $\begin{cases} x + 1y = 3 \\ 2y = 2 \end{cases}$.

Exercice 5 – Système triangulaire

Résoudre $\begin{cases} x + 2y = 4 \\ 2y = 2 \end{cases}$.

Exercice 6 – Système triangulaire

Résoudre $\begin{cases} x + 3y = 5 \\ 2y = 2 \end{cases}$.

Exercice 7 – Inverse

Inverser $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Exercice 8 – Inverse

Inverser $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Exercice 9 – Inverse

Inverser $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Exercice 10 – Rang

Déterminer le rang de $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$.

Exercice 11 – Rang

Déterminer le rang de $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$.

Exercice 12 – Rang

Déterminer le rang de $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$.

Exercice 13 – Puissance

Calculer A^2 pour $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Exercice 14 – Puissance

Calculer A^3 pour $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Exercice 15 – Puissance

Calculer A^5 pour $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Exercice 16 – Approfondissement : paramètre

Étudier les solutions de $x + y = 1$, $x + ay = 2$ selon a .

Exercice 17 – Approfondissement : noyau

Déterminer le noyau de $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Exercice 18 – Approfondissement : Gauss

Résoudre $x + y + z = 6$, $x - y + z = 2$, $x + y - z = 0$.

Exercice 19 – Approfondissement : matrices nilpotentes

Une matrice non nulle peut-elle avoir son carré nul ? Donner un exemple et expliquer pourquoi elle n'est pas inversible.

Exercice 20 – Approfondissement : trace

Prouver $\text{tr}(AB) = \text{tr}(BA)$ pour deux matrices carrées de même taille.