

Chapitre 15 – Exercices

Déterminants et inversibilité

20 exercices progressifs

Exercice 1 – Déterminant deux par deux

Calculer $\det \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$. En déduire l'inversibilité.

Exercice 2 – Déterminant deux par deux

Calculer $\det \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$. En déduire l'inversibilité.

Exercice 3 – Déterminant deux par deux

Calculer $\det \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. En déduire l'inversibilité.

Exercice 4 – Matrice triangulaire

Calculer le déterminant de $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 7 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Exercice 5 – Matrice triangulaire

Calculer le déterminant de $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 7 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Exercice 6 – Matrice triangulaire

Calculer le déterminant de $\begin{pmatrix} 4 & 1 & 7 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Exercice 7 – Paramètre

Pour quelles valeurs de t la matrice $\begin{pmatrix} 1 & t \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ est-elle inversible ?

Exercice 8 – Paramètre

Pour quelles valeurs de t la matrice $\begin{pmatrix} 1 & t \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ est-elle inversible ?

Exercice 9 – Paramètre

Pour quelles valeurs de t la matrice $\begin{pmatrix} 1 & t \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ est-elle inversible ?

Exercice 10 – Produit et inverse

Une matrice A d'ordre 3 a pour déterminant 2. Calculer $\det(A^2)$ et $\det(A^{-1})$.

Exercice 11 – Produit et inverse

Une matrice A d'ordre 3 a pour déterminant 3. Calculer $\det(A^2)$ et $\det(A^{-1})$.

Exercice 12 – Produit et inverse

Une matrice A d'ordre 3 a pour déterminant 5. Calculer $\det(A^2)$ et $\det(A^{-1})$.

Exercice 13 – Opérations élémentaires

Calculer $\det \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$.

Exercice 14 – Opérations élémentaires

Calculer $\det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$.

Exercice 15 – Opérations élémentaires

Calculer $\det \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 7 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$.

Exercice 16 – Approfondissement : Vandermonde

Calculer $\det \begin{pmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{pmatrix}$.

Exercice 17 – Approfondissement : dépendance

Justifier qu'une matrice possédant deux colonnes égales a un déterminant nul.

Exercice 18 – Approfondissement : similitude

Prouver que deux matrices semblables ont le même déterminant.

Exercice 19 – Approfondissement : transposition

Une matrice antisymétrique réelle d'ordre impair est-elle inversible ?

Exercice 20 – Approfondissement : aire

Interpréter le déterminant des vecteurs $u = (2, 1)$ et $v = (1, 3)$.