Chapitre 20 – Exercices

Fonctions de deux variables : initiation CPGE

20 exercices progressifs

Exercice 1 – Dérivées partielles

Pour $f(x,y) = x^2 + 1xy + y^2$, calculer les dérivées partielles premières.

Exercice 2 – Dérivées partielles

Pour $f(x,y) = x^2 + 2xy + y^2$, calculer les dérivées partielles premières.

Exercice 3 – Dérivées partielles

Pour $f(x,y) = x^2 + 3xy + y^2$, calculer les dérivées partielles premières.

Exercice 4 – Gradient

Calculer le gradient de $f(x,y) = e^{1x+y}$ au point $(0,0)$.

Exercice 5 – Gradient

Calculer le gradient de $f(x,y) = e^{2x+y}$ au point $(0,0)$.

Exercice 6 – Gradient

Calculer le gradient de $f(x,y) = e^{3x+y}$ au point $(0,0)$.

Exercice 7 – Règle de la chaîne

Pour $f(x,y) = x^2 + y^2$, calculer la dérivée de $g(t) = f(t, 1t)$.

Exercice 8 – Règle de la chaîne

Pour $f(x,y) = x^2 + y^2$, calculer la dérivée de $g(t) = f(t, 2t)$.

Exercice 9 – Règle de la chaîne

Pour $f(x,y) = x^2 + y^2$, calculer la dérivée de $g(t) = f(t, 4t)$.

Exercice 10 – Courbe de niveau

Décrire $f(x,y) = 1$ pour $f(x,y) = x^2 + y^2$.

Exercice 11 – Courbe de niveau

Décrire $f(x,y) = 4$ pour $f(x,y) = x^2 + y^2$.

Exercice 12 – Courbe de niveau

Décrire $f(x,y) = 9$ pour $f(x,y) = x^2 + y^2$.

Exercice 13 – Extremum global

Déterminer le minimum de $f(x,y) = (x-1)^2 + (y+1)^2$.

Exercice 14 – Extremum global

Déterminer le minimum de $f(x,y) = (x-2)^2 + (y+1)^2$.

Exercice 15 – Extremum global

Déterminer le minimum de $f(x,y) = (x-3)^2 + (y+1)^2$.

Exercice 16 – Approfondissement : point selle

Le point $(0,0)$ est critique pour $f(x,y) = x^2 - y^2$. Est-ce un extremum ?

Exercice 17 – Approfondissement : limite

Étudier $f(x,y) = xy/(x^2+y^2)$ à l'origine.

Exercice 18 – Approfondissement : différentiel

Donner l'approximation affine de $f(x,y) = e^{x+y}$ au voisinage de $(0,0)$.

Exercice 19 – Approfondissement : trajectoire

Pour $f(x,y) = xy$ et $\gamma(t) = (\cos t, \sin t)$, calculer $(f \circ \gamma)\prime(t)$.

Exercice 20 – Approfondissement : ouvert

Montrer que le disque $x^2 + y^2 < 1$ est ouvert et expliquer pourquoi le disque fermé ne l'est pas.