

Chapitre 2 – Corrigés

Calcul littéral

Solutions des exercices 1 à 20

Exercice 1 – Réduire

On additionne uniquement les coefficients des termes de même degré :

$$A = 8x, \quad B = 5x + 4, \quad C = 3x^2 + 10x, \quad D = -2x + 11.$$

Exercice 2 – Réduction

$$\begin{aligned} A &= (2 + 3)x^2 + (5 - 2)x + 4 = 5x^2 + 3x + 4; \\ B &= 9x + 6; \quad C = (4 - 3)x^2 + (-1 + 6)x + 5 - 8 = x^2 + 5x - 3. \end{aligned}$$

Exercice 3 – Parenthèses

Un signe moins devant une parenthèse change tous les signes :

$$A = 8x - 4; \quad B = 7x - 2x - 5 = 5x - 5; \quad C = 4 - 3x + 2 = 6 - 3x; \quad D = 6x - 5.$$

Exercice 4 – Distributivité simple

On distribue le facteur à chaque terme :

$$A = 3x + 12; \quad B = 10x - 15; \quad C = -2x - 14; \quad D = -12x + 20.$$

Exercice 5 – Développer et réduire

$$\begin{aligned} A &= 3x + 15 + 2x = 5x + 15, & B &= 8x - 4 - 3x = 5x - 4, \\ C &= 5x - 10 - 2x - 8 = 3x - 18, & D &= -6x + 15 + 4x + 4 = -2x + 19. \end{aligned}$$

Exercice 6 – Double distributivité

On multiplie chaque terme du premier facteur par chaque terme du second :

$$\begin{aligned} A &= x^2 + 7x + 10, & B &= x^2 + x - 12, \\ C &= 2x^2 + 7x + 3, & D &= 6x^2 + 11x - 10. \end{aligned}$$

Exercice 7 – Carré d'une somme

Avec $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$:

$$A = x^2 + 6x + 9, \quad B = x^2 + 14x + 49, \quad C = 4x^2 + 20x + 25.$$

Exercice 8 – Carré d'une différence

Avec $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$:

$$A = x^2 - 8x + 16, \quad B = 4x^2 - 12x + 9, \quad C = 25x^2 - 10x + 1.$$

Exercice 9 – Somme par différence

$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$. Donc

$$A = x^2 - 25, \quad B = 4x^2 - 9, \quad C = 49 - x^2.$$

Exercice 10 – Facteur commun

$$A = 3(x + 4), \quad B = 5(x - 4), \quad C = 4x(x + 2), \quad D = 3x(2x - 3).$$

Développer à nouveau permet de vérifier chaque factorisation.

Exercice 11 – Factoriser au maximum

$$A = 5x(2x + 3), \quad B = 4x^2(2x - 3), \quad C = 7x(3x + 2), \quad D = 6x(3x^2 - 1).$$

Dans le cadre des factorisations usuelles à coefficients entiers, ces formes extraient tout facteur commun. Si l'on souhaite factoriser D en facteurs réels du premier degré : $D = 6x(\sqrt{3}x - 1)(\sqrt{3}x + 1)$.

Exercice 12 – Identités remarquables

$$A = (x + 3)^2, \quad B = (x - 5)^2, \quad C = (x - 7)(x + 7), \quad D = (2x - 5)(2x + 5).$$

Exercice 13 – Calcul de valeurs

On remplace x en conservant les parenthèses pour un nombre négatif :

$$A(0) = 5, \quad A(2) = 8 - 6 + 5 = 7, \quad A(-1) = 2 + 3 + 5 = 10, \quad A(5) = 50 - 15 + 5 = 40.$$

Exercice 14 – Comparer deux expressions

$(x + 2)^2 = x^2 + 4x + 4 = B$. Ainsi $A = B$ pour **tout réel** x : ce sont deux écritures de la même expression, et non une égalité vraie seulement pour quelques valeurs.

Exercice 15 – Plusieurs formes

$A = x(x - 6)$. D'autre part $(x - 3)^2 - 9 = x^2 - 6x + 9 - 9 = A$. La forme factorisée donne $A(0) = A(6) = 0$; la forme précédente donne $A(3) = -9$.

Exercice 16 – Approfondissement : développement

$$\begin{aligned} A &= 2x^2 + 7x - 15 - (x^2 - 8x + 16) \\ &= \boxed{x^2 + 15x - 31}. \end{aligned}$$

Pour $x = -2$, $A = 4 - 30 - 31 = \boxed{-57}$.

Exercice 17 – Approfondissement : facteur commun

$$A = (x + 3)[(2x - 1) + (5 - x)] = \boxed{(x + 3)(x + 4)}.$$

Le facteur commun est l'expression entière $x + 3$.

Exercice 18 – Approfondissement : différence de carrés

En développant, les termes $4x^2$ et 9 s'annulent : $A = 24x$. Plus directement,

$$A = [(2x + 3) - (2x - 3)][(2x + 3) + (2x - 3)] = 6 \times 4x = 24x.$$

La différence de carrés évite deux développements.

Exercice 19 – Approfondissement : un multiple

$A = x^2 + 2x + 1 - (x^2 - 2x + 1) = 4x$. Si x est entier, $4x$ est un multiple de 4. Pour $x = 3, 7, -2$, on obtient respectivement 12, 28, -8.

Exercice 20 – Approfondissement : une expression affine

$$A = x^2 + 3x - 10 - (x^2 + x) = 2x - 10.$$

$$A = 0 \iff 2x = 10 \iff x = 5. \quad A = 10 \iff 2x = 20 \iff x = 10.$$